ISSN 1998-0663

№3(25)–2013

http://bijournal.hse.ru

БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКА

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ НИУ ВШЭ

BUSINESS INFORMATICS

Учредитель:
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

В ЭТОМ НОМЕРЕ:

В соответствии с решением президиума ВАК РФ журнал «Бизнес-информатика» с 19.02.2010 включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

Журнал зарегисрирован в «Роскомнадзоре». Свидетельство ПИ № ФС 7752404 от 28 декабря 2012 г.

БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКА

№3(25)–2013

СОДЕРЖАНИЕ

БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКА
№3(25)–2013

Междисциплинарный
научно-практический журнал
НИУ ВШЭ

Журнал рекомендован ВАК
для научных публикаций

**Подписной индекс издания
в каталоге агентства
«Роспечать» –72315**

Учредитель:
Национальный
исследовательский университет
«Высшая школа экономики».
Выходит 4 раза в год.

Адрес редакции:
105187, г. Москва,
ул. Кирпичная, д. 33/5.
Тел.+7 (495) 771-32-38,
e-mail: bijournal@hse.ru

Тираж 500 экз.

Отпечатано в типографии НИУ ВШЭ
г. Москва, Кочновский проезд, 3.

МЕТОД ВЗВЕШЕННОЙ СУММЫ КРИТЕРИЕВ В АНАЛИЗЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ: PRO ET CONTRA

В.В. Подиновский,
доктор технических наук, профессор кафедры кафедры высшей математики на факультете экономики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»

М.А. Потапов,
кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института автоматизации проектирования РАН

E-mail: podinovski@mail.ru, potapov@icad.org.ru
Адрес: г. Москва, ул. Мясницкая, 20

Дан обзор приведенных в научной литературе результатов анализа метода взвешенной суммы критериев (МВСК), широко применяемого для решения многокритериальных задач.

Ключевые слова: многокритериальные задачи принятия решений, взвешенная сумма критериев, шкалы критериев, веса критериев, важность критериев, нормализация критериев.

1. Введение

В подавляющем большинстве случаев задачи принятия решений оказываются *многокритериальными*: варианты решения оцениваются при помощи (частных) критериев $f_1, ..., f_m$, $m \geq 2$. Поскольку, как правило, каждый из критериев выделяет «свой» наилучший вариант, т.е. не бывает варианта, который одновременно является лучшим по каждому из критериев, то многокритериальные задачи принципиально сложнее однокритериальных (когда $m = 1$) и требуют для своего решения специальных методов и подходов.

Самым распространенным, давно известным и до сих пор чаще других используемым является метод, основанный на свертывании всех критериев в один-единственный обобщенный (глобальный, интегральный, агрегированный, составной, комплексный, синтетический, компромиссный, ...) критерий F, представляющий собой сумму критериев, взвешенных коэффициентами их относительной важности, или весами. Этот метод называется методом взвешенной суммы критериев (далее – МВСК), на английском языке – weighted sum method (WSM).

МВСК – давно известный и активно применяемый метод. Широкая его распространенность вызвана целым рядом причин. Одни из них обусловлены *привлекательными достоинствами* МВСК:

✧ метод представляется *простым и понятным*,

✧ *он удобен для расчетов*,

✧ *применим для решения задач* принятия решений *в разных постановках*: выбрать один наилучший или несколько лучших вариантов, упорядочить (ранжировать) все варианты по предпочтительности, и т.п.

Другие причины иного рода и состоят в следующем.

✦ Пользователи метода обычно не имеют представления о современной теории принятия решений при многих критериях и, в частности, о результатах научных исследований МВСК.

✦ Корректные (теоретически обоснованные) методы решения многокритериальных задач требуют достаточно серьезной работы по получению и обработке информации о предпочтениях лица, принимающего решение (ЛПР), значительных затрат сил и времени (по сравнению с МВСК).

✦ Анализ многокритериальных задач проводится на основе информации о предпочтениях ЛПР, и поэтому у таких задач нет объективных решений, с которыми, как с эталонами, можно было бы сравнить результаты, полученные методом взвешенной суммы.

✦ Многокритериальные задачи весьма разнообразны, и не для всех видов таких задач разработаны корректные и эффективные методы их решения.

Цель статьи – представить всесторонний обзор результатов критического анализа МВСК, которые «рассыпаны» по целому ряду научных публикаций (см., например, [1 – 14]).

2. Очевидные недостатки МВСК

Ряд недостатков МВСК известен всем, кто его вдумчиво анализировал или пользовался им:

• При использовании взвешенной суммы критериев приходится оперировать с *ее значениями*, которые обычно *лишены содержательного* («физического») *смысла*. Это затрудняет пояснения и обоснования рекомендаций, полученных в результате решения многокритериальных задач. Для иллюстрации [7] предположим, что Вы – лицо, принимающее решение (ЛПР). После анализа сложной и ответственной задачи со многими критериями консультант принес Вам результаты, согласно которым из трех возможных вариантов решения он в качестве оптимального предлагает выбрать первый, так как значение обобщенного показателя для него равно, скажем, 0,76; для двух остальных вариантов его значения меньше – соответственно 0,69 и 0,58. На просьбу пояснить смысл этих чисел консультант ответил, что они получены в результате расчетов и являются значениями взвешенной (при помощи назначенных Вами коэффициентов важности) суммы нормированных значений критериев для этих вариантов. Насколько убедителен будет для Вас представленный довод в пользу первого варианта? И как Вы будете защищать указанный выбор, если, например, это попросит сделать комиссия или потребует общественность?

• Использование постоянных весов или коэффициентов важности означает, что *соотношение критериев по важности одно и то же при любых значениях критериев*. Однако нередко случается так, что даже упорядоченность рассматриваемых двух критериев по важности зависит от того, какие значения приняли другие критерии [7]. Так, выбирая загородный дом, покупатель или арендатор может полагать, что при наличии на участке бассейна близость леса важнее близости «воды» для купания (пруда, озера или речки), а при отсутствии бассейна, наоборот, что близость «воды» важнее близости леса. Что уж говорить о постоянстве величин весов критериев. Можно было бы, конечно, ввести в рассмотрение и переменные веса. Но это был бы уже совсем другой метод.

3. Взвешенная сумма критериев как математическая модель предпочтений

Перейдем к научному анализу МВСК. Прежде всего, введем исходные определения и формулы. Пусть Z_i – множество значений, или градаций критерия f_i (его «шкала»). Далее для определенности и без ограничения общности будем считать, что с ростом значения каждого критерия предпочтения возрастают (как иногда говорят, критерии желательно максимизировать, или, что критерии ориентированы положительно). Каждый вариант (альтернатива, план, стратегия, ...) x характеризуется значениями критериев $y_1 = f_1(x)$, ..., $y_m = f_m(x)$, составляющими векторную, или критериальную оценку этого варианта $y = (y_1, ..., y_m)$. Обозначим через X множество всех вариантов.

Сравнение вариантов по предпочтительности осуществляется на основе сопоставления их векторных оценок. Понятно, что если значения одних критериев больше для первого из сравниваемых вариантов, а значения других критериев – для второго, то возникают очевидные трудности (вспомним шуточную дилемму: что лучше – быть бедным и здоровым или богатым, но больным?). Для их преодоления согласно МВСК векторный критерий «свертывается» — вводится в рассмотрение взвешенная сумма критериев (которые при необходимости вначале нормализуются — см. раздел 5):

$$F(f\,|\,w) = w_1 f_1 + \ldots + w_m f_m, \qquad (1)$$

где положительные числа w_i (обычно в сумме равные 1) — это коэффициенты важности, или веса, предназначенные для учета, вообще говоря, разной относительной важности, весомости, значимости критериев. После назначения величин этих коэффициентов каждый вариант x с использованием формулы (1) характеризуется одним числом — значением взвешенной суммы критериев

$$F(f(x))\,|\,w) = w_1 f_1(x) + \ldots + w_m f_m(x). \qquad (2)$$

Вариант считается тем более предпочтительным, чем больше соответствующее ему значение взвешенной суммы (2). Поэтому, например, оптимальным считается тот вариант, для которого эта сумма принимает наибольшее значение.

Подчеркнем, что функция (1) является аддитивной функцией ценности специального вида (см. раздел 5). Поэтому для ее применения должны выполняться условия, гарантирующие ее существование [15]. В частности, должно выполняться необходимое условие взаимонезависимости критериев по предпочтению. Однако *в практике использования МВСК проверка таких условий обычно не только не делается, но о них даже и не вспоминают.*

4. Взвешенная сумма однородных критериев

Вначале будем рассматривать наиболее простой случай, когда все критерии изначально имеют общую шкалу: $Z_1 = \ldots = Z_m = Z_0$. Предположим, что эта шкала является балльной, причем «цена балла» для всех критериев одна и та же (самый известный пример — школьные оценки успеваемости учеников).

Для простоты сначала будем полагать, что все критерии одинаково важны, так что $w_1 = \ldots = w_m = 1/m$. При этом взвешенная сумма (2) превращается во всем известный «средний балл»:

$$F(f(x))\,|\,w = \frac{1}{m}(f_1(x) + \ldots + f_m(x)). \qquad (3)$$

✧ *Необоснованное рассмотрение общей шкалы критериев как количественной.* Формула (3), как и все последующие, предполагает выполнение арифметических операций со значениями критериев. Согласно математической теории измерений [15], это допустимо только в том случае, когда критерии имеют количественную шкалу (для (3) шкала критериев должна быть не менее совершенной, чем шкала интервалов). Только при выполнении указанного условия могут быть адекватными (осмысленными) утверждения о соотношении величин функции (3), например, что если $F(f(x')|\,w) > F(f(x'')|\,w)$, то вариант x' предпочтительнее варианта x''. Подчеркнем, что шкала должна быть количественной именно для характеристики предпочтений.

Однако балльная шкала не является количественной. Еще хуже обстоит дело, когда критерии являются лингвистическими, т.е. градации их общей шкалы описываются словесно и нумеруются в порядке возрастания их предпочтительности, а затем эти номера используются в качестве значений критериев в формуле (3). В этом случае шкала критериев является всего лишь порядковой.

✧ *Необоснованное принятие допущения о равномерности общей шкалы критериев.* Проанализируем формулу (3) как модель предпочтений. Прежде всего, заметим следующую ее особенность: если значение одного из критериев, пусть f_i, уменьшить на некоторую величину δ, а значение другого критерия, пусть f_j, увеличить на ту же величину δ, то величина суммы (3) не изменится. Поэтому уменьшение (ухудшение) значений одних критериев компенсируется таким же в сумме увеличением (улучшением) значений других критериев. И так для всего диапазона шкалы критериев Z_0. Это означает, помимо всего прочего, что шкала критериев считается равномерной: предпочтения возрастают вдоль нее «с постоянной скоростью». Насколько реально это утверждение о равномерности шкалы? Для ответа на этот вопрос достаточно задуматься над таким примером: при оценке успеваемости учеников по двум предметам применение (3) означает, что одинаковыми по успеваемости будут считаться ученики с такими парами оценок: (3, 3), (2, 4), (4, 2), (1, 5),(5, 1)! Даже если исключить неудовлетворительные оценки, то, имея в виду (3), придется признать, что одинаковыми по успеваемости будут ученики с такими парами оценок: (4, 4), (3, 5), (5, 3). Иначе говоря, согласно (3), улучшение успеваемости (знаний, умений и навыков) при переходе от оценки 3 к оценке 4 такое же, как при переходе от 4 к 5. Поскольку средний балл используется для массовых задач оценивания, например, успеваемости, то с этим недостатком приходится смириться: пока не придуман другой простой, понятный и эффективный метод для решения таких задач. Но можно ли игнорировать указанный недостаток применительно к сложным и ответственным задачам принятия решений и «экономить при выстреле за счет прицеливания»?

✧ *Необоснованное удаление некоторых вариантов из рассмотрения.* Использование формулы (3) в силу указанной выше возможности компенсации уменьшения худших значений одних критериев увеличением лучших значений других критериев может исключить из числа выбираемых те варианты, которые при внимательном рассмотрении могут быть признаны оптимальными. Вот такой пример [4]. Абитуриент осуществляет выбор одного из трех университетов, одинаковых по качеству обучения, руководствуясь двумя критериями – условиями проживания в общежитии и условиями для занятий спортом. Шкала критериев десятибалльная. Пусть для первого университета значение первого критерия равно 10, а второго – 1; для второго университета значения критериев – это соответственно 1 и 10, а для третьего университета значения обоих критериев равны 5. Таким образом, первый университет имеет отличное общежитие, но очень плохие условия для занятий спортом. У второго университета, наоборот, очень плохое общежитие, но отличные условия для занятий спортом. Общежитие и условия для занятий спортом у третьего университета – удовлетворительные. Согласно формуле (3) средние оценки университетов таковы: 5,5; 5,5; 5. Следовательно, третий университет со сбалансированными условиями проживания и занятий спортом останется без рассмотрения, хотя именно он мог бы оказаться наиболее предпочтительным для абитуриента.

Теоретически установлены условия исключения возможности отбрасывания вариантов, которые могут претендовать на роль лучших (при надлежащих значениях весов w_i). Например, достаточно, чтобы множество вариантов X было выпукло, а все критерии $f_i(x)$ были вогнутыми (в частности, линейными) функциями. Стоит, однако, иметь в виду [12], что методы линейного программирования выделяют лишь вершины многогранного множества ограничений, так что при решении линейных многокритериальных задач при помощи МВСК с использованием компьютерных программ линейного программирования отличные от вершин точки будут потеряны.

Отметим еще следующий пример [2], в котором рассматриваемый недостаток проявляется особенно выпукло: ухудшение качества изображения телевизора не может быть компенсировано улучшением качества его звука.

✧ *Необоснованное рассмотрение коэффициентов важности как количественных оценок важности критериев.* Перейдем к рассмотрению задач, в которых критерии имеют общую шкалу, но разную важность. Согласно МВСК, это должно быть учтено при помощи коэффициентов важности – положительных чисел, в сумме равных единице. Поскольку формула (2) предусматривает, что с ними производятся арифметические операции, то эти коэффициенты, согласно теории измерений, следует рассматривать как результаты количественного измерения важности (причем в шкале отношений), т.е. должны иметь смысл утверждения типа: «Если $w_1 = 0{,}4$ и $w_2 = 0{,}2$, то первый критерий важнее второго в 2 раза». Предложено множество методов оценивания важности критериев, т.е. назначения величин w_i. Но все они страдают общим тяжелым пороком – *точного (формального) определения понятию важности критериев не дается*, и полагается, что человек должен исходить из своего понимания, что такое важность. (Кстати, это замечание касается и предыдущего случая, когда предполагалась равная важность критериев.) Поэтому для оценивания коэффициентов важности человеку предлагается отвечать на вопросы, сводящиеся в итоге к таким: «Во сколько раз критерий f_i важнее критерия f_j?» или «Какая доля общей (единичной) важности приходится на данный критерий?». Проблема здесь состоит в том, что невозможно установить (а потому и обоснованно формализовать) точный смысл, вкладываемый конкретным человеком в ответы на указанные вопросы [13]. Для пояснения заметим еще, что коэффициенты важности используются в целом ряде методов решения многокритериальных задач, которые либо опираются на обобщенные показатели вида, отличного от (1) (пример – мультипликативный обобщенный критерий

$$F_{\Pi}(f|w) = f_1^{w_1} \cdot \ldots \cdot f_m^{w_m},$$

либо используются совершенно иначе (например, в схемах «голосования» в методах ELECTRE [16]). Понятно, что разные способы использования одних и тех же величин коэффициентов важности могут привести к совершенно разным результатам. Однако методы оценивания коэффициентов важности не учитывают этого. Более того, часто ЛПР (или экспертам) даже не сообщается, какие манипуляции будут осуществляться с этими коэффициентами.

Положение кардинально изменилось с появлением теории важности критериев (ТВК), которая была создана в России и продолжает активно развиваться [7, 17]. Эта теория опирается на точные определения понятия превосходства в важности одного критерия над другим (качественная важности) и понятия превосходства в важности одного критерия над другим во столько-то раз (количественная важности), а для оценки коэффициентов важности предлагает человеку сравнивать по предпочтительности векторные оценки специального вида. Рассмотрение основных положений этой теории выходит за рамки данной статьи.

Интересные результаты анализа МВСК получены в [18]. В частности, вычислительные эксперименты показали, что в задачах с числом критериев от 5 до 9 и числом вариантов от 5 до 9 при неравномерной пятибалльной шкале критериев МВСК может приводить к ошибочным результатам не менее чем в 35 – 40% случаев. Мы, в свою очередь, отметим, что указанные нижние оценки занижены, т.е. число ошибок может быть и бóльшим, так как эти оценки основаны, по сути, на неявном допущении, что величины коэффициентов важности критериев получены методами ТВК. Кроме того, количество ошибок будет возрастать с увеличением числа градаций балльной шкалы и увеличением числа критериев.

5. Взвешенная сумма нормированных неоднородных критериев

Перейдем к рассмотрению общего случая, когда критерии имеют разные шкалы в силу своей «природы» (например, один критерий может характеризовать денежные затраты, другой – надежность системы, третий – ее массу, четвертый – воздействие на окружающую среду, и т.д.), а также иметь разную важность. В этом случае непосредственное использование формулы (1) невозможно. Поэтому вначале исходные критерии приводят к сопоставимому виду, или, как говорят, нормализуют. Нормализованные критерии $\hat{f}_i$ безразмерны и их значения лежат в одинаковых пределах, обычно от 0 до 1. В итоге вместо формулы (1) возникает ее обобщение – формула, имеющая следующий вид:

$$F(\hat{f}\,|w) = w_1\,\hat{f}_1 + \ldots + w_m\hat{f}_m. \qquad (4)$$

В рассматриваемом общем случае методу взвешенной суммы критериев помимо отмеченных выше присущ ряд других недостатков.

✦ *«Интеллектуальная ошибка», вызванная независимостью процедур нормализации критериев и назначения их весов.* Вначале зададимся резонным вопросом: «Насколько правомерен подход, основанный на формуле (4)?». Для получения ответа на него обратимся к теории аддитивных функций ценности, имеющих вид:

$$v(f) = v_1(f_1) + \ldots + v_m(f_m). \qquad (5)$$

Поскольку все критерии желательно максимизировать, то каждая частная функция ценности v_i является возрастающей. При помощи функции ценности (5) каждый вариант оценивается ее значением – числом $v(f(x))$: чем это число больше, тем вариант предпочтительнее. Установлены (при некоторых технических предположениях) условия существования аддитивной функции и доказано, что если $v' = v_1' + \ldots + v_m'$ – другая такая функция, то существуют числа $k > 0$ и l_i такие, что $v_i' = kv_i + l_i$, $i = 1,\ldots, m$ (см. [15]). Подчеркнем, что слагаемые l_i для разных критериев могут быть разными, но положительный множитель k – общий для всех критериев! Разработаны научно обоснованные методы построения аддитивных функций ценности [19]. Но они достаточно сложны и поэтому не получили широкого распространения.

Пусть f_i^* и f_{i*} – наибольшее и наименьшее значения критерия $f_i(x)$ на множестве вариантов X. При необходимости добавив к каждой функции v_i из (5) число $-v_i(f_{i*})$, можно полагать, что $v_i(f_{i*}) = 0$, $i = 1,\ldots, m$. Функцию ценности (5) можно представить в таком виде:

$$v(f) = w_1\hat{v}_1(f_1) + \ldots + w_m\hat{v}_m(f_m), \qquad (6)$$

где $\hat{v}_i(f_i) = v_i(f_i)\,/\,v_i(f_i^*)$,

$w_i = v_i(f_i^*)\,/\sigma$,

$\sigma = v_1(f_1^*) + \ldots + v_m(f_m^*)$.

Заметим, что все $\hat{v}_i(f_i^*) = 1$. Теперь понятно, что «по своему происхождению» числа w_i являются шкалирующими множителями.

Сравнивая (4) и (6), видим, что $\hat{v}_i(f_i)$ можно рассматривать как нормализованные критерии $\hat{f}_i$, а множители w_i – как веса критериев, которые учитывают не только относительную важность критериев f_i, но и соизмеряются размахи значений функций v_i (т.е. играют более сложную роль, чем коэффициенты важности критериев, изначально имеющих общую шкалу). Из изложенного становится ясным, что нельзя назначать величины весов w_i, не учитывая значений f_{i*} и f_i^*! Назначение величин w_i с нарушением этого положения названо в [11] *интеллектуальной ошибкой*. Но именно так и назначаются веса при практическом использовании обобщенных показателей (4)!

Эту ошибку нельзя исключить за счет проведения анализа чувствительности (т.е. выяснения, в каких пределах можно изменять веса критериев, сохраняя при этом неизменным полученное решение задачи, например, выделенный наилучший вариант).

Заметим, что в [11] предложен метод SMARTS, предусматривающий корректное назначение весов путем сравнения по предпочтительности векторных оценок специального вида. Но этот метод рассчитан только на тот частный случай, когда предпочтения вдоль шкал критериев возрастают равномерно, или линейно (пояснение понятия равномерности роста предпочтений см. ниже).

✦ *Необоснованность выбора функций для нормализации критериев.* Еще одной серьезной проблемой для МВСК в случае критериев с разными шкалами является подбор вида функции нормализации критериев φ, при помощи которой рассчитываются значения нормализованных критериев: $\hat{f}_i = \varphi_i(f_i)$.

Обычно предлагается использовать линейные функции нормализации:

$$\varphi(f_i) = \frac{f_i}{f_i^*}, \quad \varphi(f_i) = \frac{f_i - f_{i*}}{f_i^* - f_{i*}}. \tag{7}$$

Использование таких функций означает, что принимается допущение о равномерном росте предпочтений вдоль шкал критериев. Это допущение весьма сильное и часто не выполняется на практике.

Для иллюстрации рассмотрим такую задачу [7]. Предположим, что Вы хотите купить автомашину, и Вам, выслушав все Ваши пожелания, продавец предложил три машины *А, Б* и *В*. Цена и все интересующие Вас основные их характеристики примерно одинаковы, кроме максимальной скорости f_1 (км/час) и экономичности f_2 (км/л). Значения этих двух характеристик Вы записали в *табл. 1.* Затем рассчитали значения нормализованных критериев по левой из формул (7). Вы решили, что обе характеристики для Вас примерно одинаково значимы, и поэтому приняли значения весов $w_1 = w_2 = ½$. Наконец, рассчитали значения обобщенного показателя по формуле (4) для всех марок машин и результаты записали в ту же *табл. 1.*

Таблица 1.

Оценки автомобилей по двум критериям

Марка автомобиля	f_1	f_2	$\hat{f}_1$	$\hat{f}_2$	$F(\hat{f}\|w)$
А	240	10	1	0,667	0,83
Б	140	14	0,583	0,933	0,76
В	120	15	0,5	1	0,75

Поскольку самое большое значение F оказалось для машины *А*, то стало ясно, что именно ее «рекомендует» приобрести использованный МВСК. Однако эта рекомендация Вам почему-то не понравилось. Поразмыслив, Вы заметили, что иметь возможность развить скорость более 200 км/час, конечно, заманчиво. Однако реально со скоростью более 140 км/час Вам поехать если и захочется, то лишь в каких-то исключительных случаях. Но вот за бензин приходится платить постоянно, да и цена на него растет и растет. А максимальная скорость 120 км/час все-таки маловата. Приглядевшись, Вы заметили, что значение обобщенного показателя для машины *А* оказалось больше, чем для машины *Б*, именно за счет солидной прибавки в максимальной скорости, которая «перевесила» существенное ухудшение экономичности. А эта прибавка в скорости хотя и велика, но для Вас привлекательности прибавляет немного. Напротив, прибавка в скорости всего на 20 км/час при отсчете от 120 км/час для Вас весьма ощутима и делает машину *Б* (при небольшой разнице в экономичности) предпочтительнее машины *В.* Вам стало понятно, что результаты расчетов Вас не удовлетворили потому, что на самом деле Ваши предпочтения вдоль шкалы скорости растут явно неравномерно, и это не было учтено в МВСК. Поэтому, взвесив все «за» и «против», Вы решили выбрать машину *Б.*

Для учета неравномерности роста предпочтений нужно использовать нелинейные функции нормализации. Но их построение – новая сложная проблема: ведь они должны количественно описывать изменение предпочтений вдоль шкал критериев. А обычно имеются лишь качественные соображения по поводу подбора таких функций.

✦ *Нарушение аксиомы независимости от посторонних альтернатив.* Отметим еще одну неприятность, связанную с использованием МВСК: если к множеству вариантов добавить еще один заведомо не лучший вариант или, наоборот, удалить из него заведомо не лучший вариант, то рекомендация по выбору лучшего варианта может измениться! В тео-

Таблица 2.

Оценки вариантов по критериям

Варианты	f_1	f_2	$\hat{f}_1$	$\hat{f}_2$	$F(\hat{f}\|w)$	$\hat{f}_1$	$\hat{f}_2$	$F(\hat{f}\|w)$
x^1	5	3	1	0	0,6	1	0	0,6
x^2	3	5	0,5	1	0,7	0	1	0,4
x^3	1	3	0	0	0			

рии принятия решений это называется нарушением аксиомы независимости от посторонних альтернатив [20]. Причина этого явления состоит в том, что удаление или добавление не лучшего варианта может привести к изменению величин f_{i*} для некоторых критериев и, как следствие, к изменению значений нормированных критериев для вариантов из оставшегося или же пополненного множества вариантов.

Для иллюстрации рассмотрим двухкритериальную задачу с тремя вариантами, исходные данные для которой, величины нормализованных с использованием правой из формул (7) критериев и значения обобщенного показателя при $w_1 = 0{,}6$ и $w_2 = 0{,}4$ приведены в левой части *табл. 2.* Получилось, что вариант x^2 предпочтительнее варианта x^1. Поскольку вариант x^3 хуже варианта x^1 (значения второго критерия для них одинаковы, но значение первого критерия больше для x^1), то x^3 не может претендовать на роль наилучшего. Исключим его из рассмотрения. Результаты расчетов для полученной модифицированной задачи приведены в правой части *табл. 2.* Теперь лучшим оказался вариант x^1.

6. Заключение

МВСК является привлекательным эвристическим методом, которому, однако, присущ целый ряд неустранимых недостатков принципиального характера. И это надо иметь в виду всем, кто его применяет или планирует использовать для принятия решений.

И, тем не менее, взвешенная сумма критериев очень часто используется при анализе прикладных многокритериальных задач. Почему? Известный ученый и популяризатор науки профессор Вентцель Е.С. так ответила на этот вопрос. «Здесь мы встречаемся с очень типичным для подобных ситуаций приемом – «переносом произвола из одной инстанции в другую». Простой выбор компромиссного решения на основе мысленного сопоставления всех «за» и «против» каждого решения кажется слишком произвольным, недостаточно «научным». А вот маневрирование с формулой, включающей (пусть столь же произвольно назначенные) коэффициенты – совсем другое дело. Это уже «наука»! По существу же никакой науки тут нет, и нечего обманывать самих себя» [21]. ■

Литература

1. Гафт М.Г. Принятие решений при многих критериях. – М.: Знание, 1979.
2. Горский П. Введение в дисциплину «Поддержка принятия решений». http://www.pavel.gorskiy.ru/Articles/Dmss/d0.html (дата обращения: 21.06.2013).
3. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений: Учебник. Изд. третье, перераб. и доп. – М.: Логос, 2006.
4. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие. – М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2008.
5. Орлов А.И. Принятие решений. Теория и методы разработки управленческих решений: Учебное пособие. – М.: МарТ, 2005.
6. Подиновский В.В. Аксиоматическое решение проблемы оценки важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений // Современное состояние теории исследования операций / Под ред. Н.Н. Моисеева. – М.: Наука, 1979. – С. 117-145.
7. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений: Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2007.
8. Теория выбора и принятия решений: Учебное пособие / Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. – М.: Физматлит, 1982.

9. Belton V., Gear T. On the meaning of relative importance // Journal of multi-criteria decision analysis. – 1997. – Vol. 6. – P. 335-338.
10. Belton V., Stewart T.J. Multiple criteria decision analysis: an integrated approach. – Boston: Cluwer, 2003.
11. Edwards W., Barron F.H. SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement // Organization behavior and human processes. – 1994. – Vol. 60. – P. 306-325.
12. Multiobjective optimization: interactive and evolutionary approaches / J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, R. Słowínski (Eds.). – NY: Springer, 2008.
13. Roy B., Mousseau V. A theoretical framework for analyzing the notion of relative importance of criteria // Journal of multi-criteria decision analysis. – 1996. – Vol. 5. – P. 145-159.
14. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. – М.: Физматлит, 1974.
15. Foundation of measurement. Vol. 1 / D.H. Krantz, R.D. Luce, P. Suppes, A. Tverski.– NY: Academic Press, 1971.
16. Roy B. The outranking approach and the foundation of ELECTRE methods // Theory and decision. – 1991. – Vol. 31. – P. 49-73.
17. Подиновский В.В., Потапов М.А. Важность критериев в многокритериальных задачах принятия решений: теория, методы, софт и приложения // Открытое образование. – 2012. – № 2. – С. 55-61.
18. Салтыков С.А. Экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями // Управление большими системами. – 2010. – Вып. 29. – С. 16-41.
19. Кини Р., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1981.
20. Льюс Р., Райфа Х. Игры и решения. Введение и критический обзор / Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1961.
21. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учебное пособие. 2-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1988.