

Семинар «Теория вероятностей: аналитические и экономические приложения»

4 апреля, пятница, 15:30, ауд. 213

Данила Заев выступит с докладом

«Теория Шоке, измеримые сечения и характеристика решений задачи Монжа-Канторовича»

Целью рассказа будет познакомить слушателей с результатами двух недавних работ Аббаса Моамени:

- «A characterization for solutions of the Monge-Kantorovich mass transport problem», [arXiv:1403.3103](https://arxiv.org/abs/1403.3103)
- «A characterization for solutions of the multi-marginal Monge-Kantorovich transport problem», [arXiv:1403.3389](https://arxiv.org/abs/1403.3389)

Познакомить скорее не с верхушкой айсберга, представленной в этих статьях, а с теми фундаментальными идеями, которые позволили Моамени обнаружить и доказать свои довольно сильные результаты.

Основная задача (Монжа-Канторовича) формулируется просто: есть множество вероятностных мер с заранее фиксированными проекциями и есть линейный функционал вида: $\pi \rightarrow \int c(x) d\pi(x)$, который каждой мере сопоставляет число.

Вопрос: при каких условиях на функцию $c(x)$ носитель оптимальной меры будет иметь простой вид? Например, будет графиком? Или выпуклой комбинацией графиков?

Оказывается, что такие достаточные условия найдены и называются «twist condition» и «generalized twist condition» соответственно. Понять, насколько они ограничительны — это отдельная и нетривиальная тема для обсуждения. А чтобы доказать достаточность этих условий, нужно познакомиться с теорией Шоке и некоторыми фактами абстрактной теории меры.

Теория Шоке — это бесконечномерная выпуклая геометрия. Она имеет очень много приложений в вероятности и околочастотных науках, т. к. часто приходится иметь дело с выпуклыми подмножествами вероятностных мер. Я расскажу формулировки основных теорем и приложения этой теории.

Из абстрактной теории меры нас будут интересовать изоморфизмы пространств с мерами и измеримые сечения. Понятия эти для многих, должно быть, знакомые. Я напомню о них всё необходимое и приведу пару классических, но не общеизвестных фактов.