Модель TBATS

Trigonometric, Box-Cox transformation, ARMA, Trend, Seasonality **TBATS** модели разработаны De Livera, Hyndman, Snyder (2011) [1]. Данный подход использует комбинацию из рядов Фурье, модель пространства состояний с экспоненциальным сглаживание, а также преобразование Бокса - Кокса. Причём выбор параметров осуществляется полностью автоматизированным образом. Таким образом, модель TBATS в отличие от например, модели динамической гармонической регрессии, позволяет моделировать постепенно меняющуюся сезонность, за счёт введения в модель комбинаций из рядов Фурье, в то время, как переменные в модели гармонической регрессии заставляют сезонные зависимости периодически повторяться без изменений. Однако один из недостатков моделей TBATS заключается в том, что они могут медленно оценивать, особенно при работе с длинными временными рядами.
Рассмотрим более подробно модель **TBATS**:
Пусть y_t -наблюдение в момент времени t.
Трансформация Боакса- Кокса, применяющаяся к y_t выглядит следующим образом:

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{(y_t^{\omega}-1)}{\omega}, \ \omega \neq 0 \\ log(y_t), \ \omega = 0 \end{cases}$$

Наблюдения моделируются, как ряд:

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^{M} s_{t-m_i}^{(i)} + d_t \tag{1}$$

где

$$b_t = (1-\phi)b + \phi b_{t-1} + \beta d_t \text{ отражает глобальный тренд} \tag{2}$$

$$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \text{ отражает локальный тренд} \tag{3}$$

$$d_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i d_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \text{ Ошибки в форме ARMA} \tag{4}$$

В уравнении 1 мы имеем M сезонных периодов, каждый из которых, в свою очередь состоит из $s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}$, каждое слагаемое тут моделируется при помощи ряда Фурье.

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} cos\lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} sin\lambda_j^{(i)} + \mathit{\Gamma}_1^{(i)} d_t$$
$$s_{j,t}^{(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} sin\lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} cos\lambda_j^{(i)} + \mathit{\Gamma}_2^{(i)} d_t$$

1. De Livera, A.M, Hyndman J.R.,Snyder R. *Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing*, 2010