



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ АКЦИЙ И ОБЛИГАЦИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Соколова Т.В., Андрианова А.В.

2019 г.



КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Назначение метода сингулярного спектрального анализа (SSA) – выявление ключевых компонентов временных рядов, сглаживание и прогнозирование динамики временных рядов.

Построение векторов вложения и траекторной матрицы X .

$$(x_i)_{i=1}^N \quad \longrightarrow \quad x_t = (x_{t-L+1} \ x_{t-L+2} \ \dots \ x_t)^T, \quad t = L, L+1, \dots, N.$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_p & \dots & x_{N-L+1} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{p+1} & \dots & x_{N-L+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_L & x_{L+1} & \dots & x_{2L-1} & \dots & x_N \end{pmatrix}$$



КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Построение ковариационной матрицы C и сингулярное разложение (V – собственные векторы)

$$C = \frac{1}{N - L + 1} XX^T$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$$

$$V^1, V^2, \dots, V^L$$

$$V = (V^1, V^2, \dots, V^L)$$

$$\Lambda = V^T C V$$



КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Переход к главным компонентам

$$Y = V^T X = (Y_1, Y_2, \dots, Y_L)$$

$$X = V^1 Y_1 + V^2 Y_2 + \dots + V^L Y_L$$

$$X = W_1 + W_2 + \dots + W_L$$

$$W_k = V^k Y_k = V^k (V^k)^T X$$

$$X \approx \tilde{X} = W_1 + W_2 + \dots + W_r$$



КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

SSA – сглаживание (реконструкция прошлых значений)

$$\tilde{x}_s = \begin{cases} \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \tilde{x}_{i,s-i+1}, & 1 \leq s \leq L \\ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \tilde{x}_{i,s-i+1}, & L \leq s \leq N - L + 1 \\ \frac{1}{N - s + 1} \sum_{i=1}^{N-s+1} \tilde{x}_{i+s-N+L-1, N-L+2-i}, & N - L + 1 \leq s \leq N \end{cases}$$



КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Прогнозирование временного ряда X_{N+1}

$$S(P) = \sum_{i=1}^r p_i V^i$$

$$X^k = \sum_{i=1}^r p_i^k V^i = S(P^k)$$

$$Z = \begin{pmatrix} v_1^1 & v_1^2 & \dots & v_1^r \\ v_2^1 & v_2^2 & \dots & v_2^r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{L-1}^1 & v_{L-1}^2 & \dots & v_{L-1}^r \end{pmatrix}$$

$$Z^* = (v_L^1, v_L^2, \dots, v_L^r)$$

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} \tilde{p}_1^{N+1} \\ \tilde{p}_2^{N+1} \\ \dots \\ \tilde{p}_1^{N+1} \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} x_{N-L+2} \\ x_{N-L+3} \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}$$

$$Z\tilde{P} = Q$$

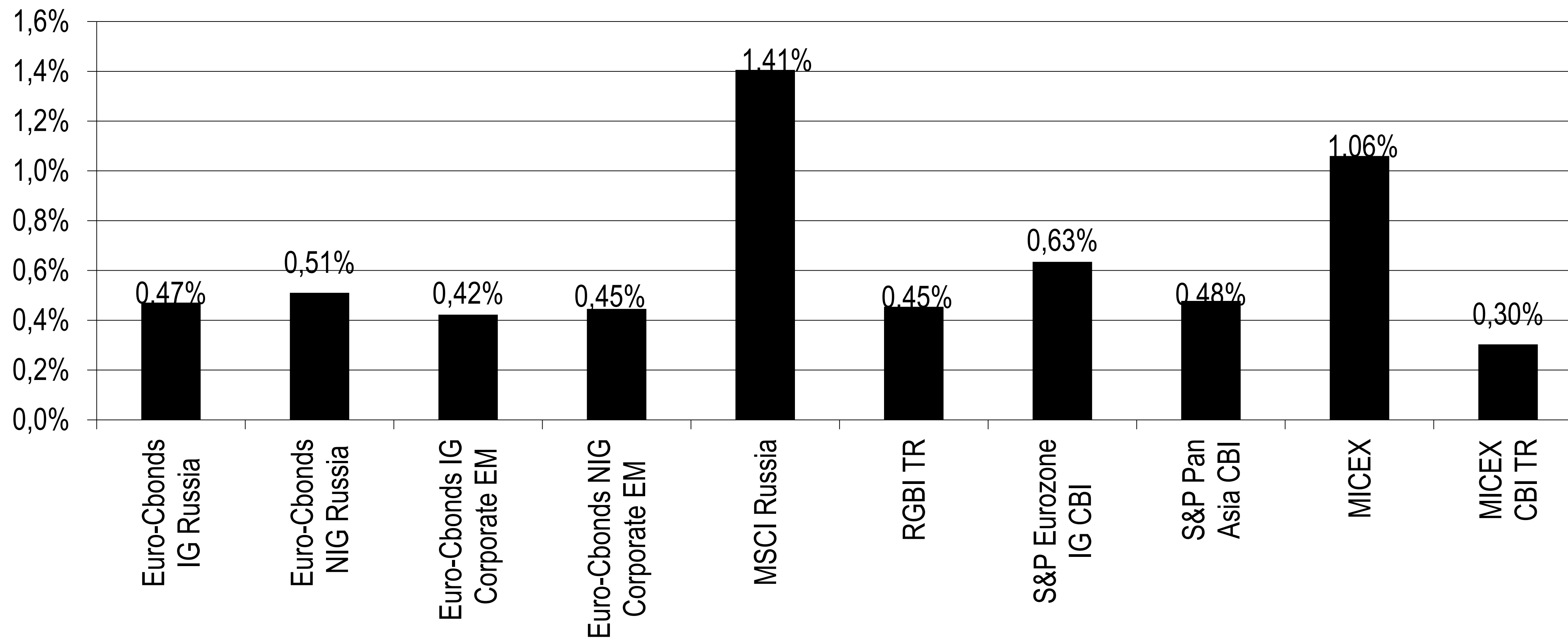
$$\tilde{P} = (Z^T Z)^{-1} Z^T Q$$

$$x_{N+1} = Z^* \tilde{P}$$



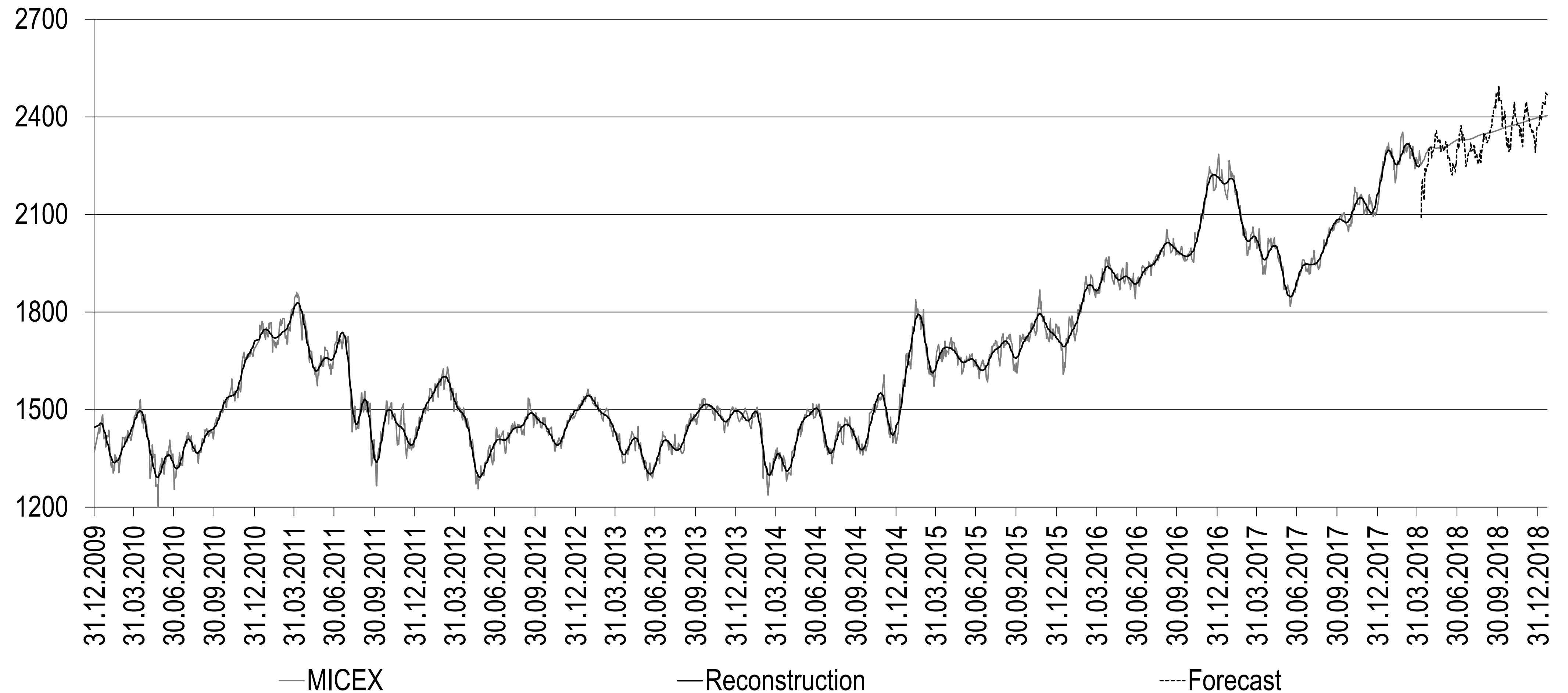
РЕКОНСТРУКЦИЯ ИНДЕКСОВ АКЦИЙ И ОБЛИГАЦИЙ

Период с 31.12.2009 по 01.01.2019,
в т.ч. реконструкция 31.12.2009-06.04.2018, прогнозирование 09.04.2018-01.01.2019



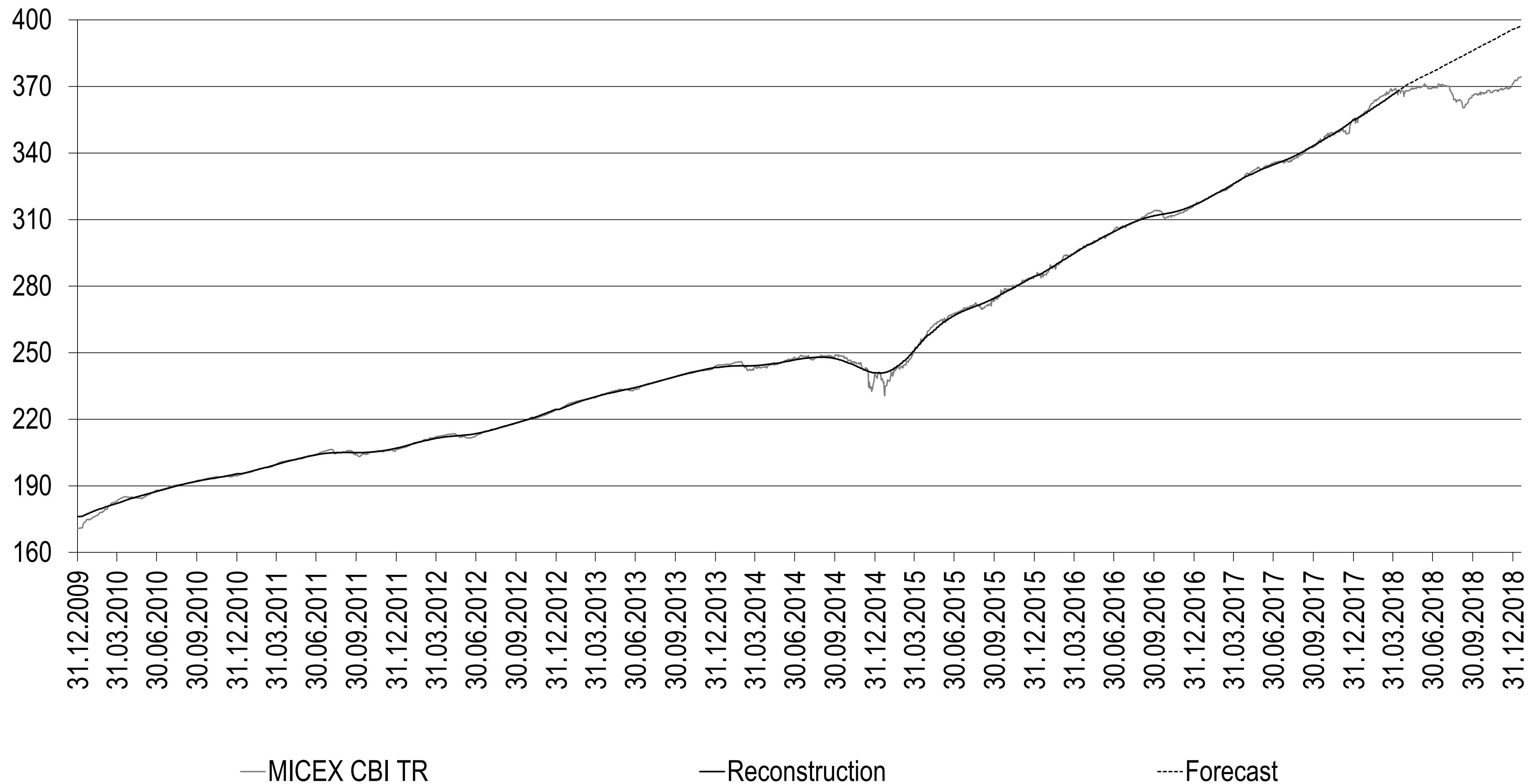


ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ АКЦИЙ И ОБЛИГАЦИЙ



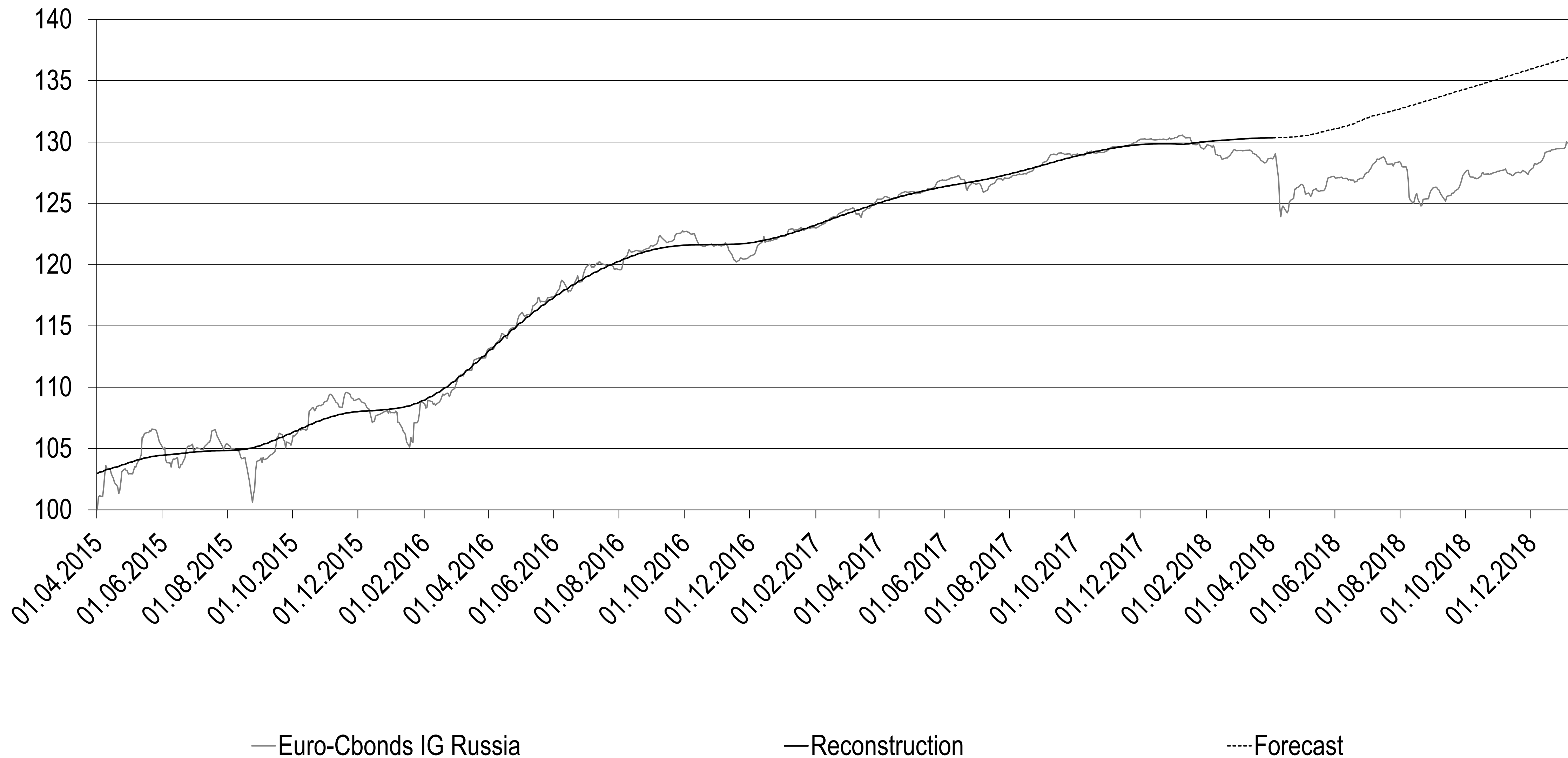


ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ АКЦИЙ И ОБЛИГАЦИЙ





ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ АКЦИЙ И ОБЛИГАЦИЙ





КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА SSA CATERPILLAR

Индекс акций или облигаций, валюта расчета	Длительность периода (торговых дней), на котором производится оценка, начиная с 09.04.2018 г.	Среднее отклонение прогнозного значения от фактического, %
Euro-Cbonds IG Russia (USD)	30	3,88
	60	3,66
	100	3,88
Euro-Cbonds NIG Russia (USD)	30	4,48
	60	4,43
	100	3,99
MSCI Russia (USD)	30	8,76
	60	8,37
	100	8,49
S&P Eurozone IG CBI (USD)	30	2,20
	60	4,11
	100	5,09
S&P Pan Asia CBI (USD)	30	0,57
	60	1,41
	100	3,44
MICEX CBI TR (RUB)	30	0,60
	60	1,00
	100	1,82
RGBI TR (RUB)	30	2,07
	60	2,75
	11 100	4,12



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ