Домашнее задание №2 на тему «Теория игр»

Для тех, кто посетил оба занятия 24.01 (см. [файл с посещаемостью](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1lCPlBKa0fOjMdrmRn2QY1-oYozcRb_K4KPrU5Ye2OKU/edit#gid=0)– счастливчики отмечены +), можно не выполнять первые три задания и выполнить только задачи №№4-6. Тем, кто пропустил второе занятие, надо обязательно решить все задачи.

На выполнение домашнего задания дается 2 недели, дедлайн – 7 февраля, 23:59. В течение недели после дедлайна домашнюю работу можно сдать, но со штрафом в 50%. Далее штраф 100%.

Выполненное домашнее задание можно сдать на семинаре, либо прислать как скан/фото хорошего качества (одним файлом!) мне на почту ([lyude@inbox.ru](mailto:lyude@inbox.ru)), либо набрать решение и также прислать по почте.

Литература:

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М.: Физматлит, 2012. (глава 10).

2. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках. — М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2015 (глава 1).

1. Реклама товара. Пусть две фирмы: «Лакомка» и «Сладкоежка» – производят шоколад. Количество покупателей этого шоколада делится примерно поровну.

Если компании не рекламируют свой товар, то прибыли фирм равны и составляют по 100 тыс. рублей. На рекламу может быть потрачено 20 тыс. рублей, причем если обе фирмы тратятся на рекламу, то их доходы увеличиваются на 10 тыс. рублей. Если одна фирма тратится на рекламу, а другая – нет, то прибыль первой фирмы составит 140 тыс. рублей, а второй – только 60 тыс. рублей.

а) Выпишите игру в нормальной форме с платежной матрицей.

б) Есть ли в этой игре у игроков доминируемые стратегии?

в) Найдите равновесия Нэша в этой игре.

1. Семейный конфликт. Семейная пара выбирает, как провести воскресенье. Муж предпочитает пойти на футбол, жена – в театр. Они могут провести вечер порознь, но это решение для них менее предпочтительно, чем решение провести вечер вместе.

Таким образом, каждый член семьи имеет две стратегии – театр (Т) или футбол (Ф), а платежная матрица выглядит следующим образом:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Жена | |
|  |  | Т | Ф |
| Муж | Т | (1, 2) | (0, 0) |
| Ф | (0, 0) | (2, 1) |

Найдите все равновесия Нэша. Докажите свои выводы проверкой по определению или построением функции реакции (функции наилучшего отклика).

1. Два игрока делят 1000 рублей. Правила такие: оба одновременно называют по сумме, которую он хотел бы получить. Если сумма их заявок равна 1000, то деньги делятся между ними в предложенной ими пропорции. Если нет, то оба не получают ничего. Найдите все равновесия Нэша.
2. Продолжение семейного конфликта. Через несколько лет семья из задачи №2 увеличилась – у супругов родился сын. Вновь семья выбирает, как провести воскресенье. Муж предпочитает пойти гулять в парк, жена хотела бы пойти за покупками в торговый центр, а сыну больше нравится гулять в парке, но он будет счастлив и пойти в торговый центр, если в торговый центр пойдут все или только папа (потому что мама слишком долго ходит по магазинам).

Таким образом, каждый член семьи имеет две стратегии – парк (П) и торговый центр (ТЦ), а платежная матрица выглядит следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Если сын выбирает П | | | | |  |  | Жена | | |  |  | П | ТЦ | | Муж | П | (2, 1, 2) | (1, 2, 2) | | ТЦ | (0, 0, 2) | (-10, -10, -10) | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Если сын выбирает ТЦ | | | | |  |  | Жена | | |  |  | П | ТЦ | | Муж | П | (-10, -10, -10) | (0, 1, 0) | | ТЦ | (1, 0, 2) | (1, 2, 1) | |

Найдите равновесия Нэша в этой игре.

1. Прошло еще несколько лет и сын вырос. Вновь семья выбирает, как провести воскресенье. Муж предпочитает посидеть дома, жена хочет пойти в музей, а сын предлагает пойти в аквапарк.

Каждый член семьи имеет три стратегии – остаться дома (Д), пойти в музей (М) или в аквапарк (А), а платежная матрица выглядит следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Если сын выбирает Д | | | |  | |  |  | Ж | |  | |  |  | Д | М | А | | М | Д | (2, 1, 0) | (2, 1, 1) | (2, 1, 0) | | М | (1, 0, 1) | (1, 2, 0) | (0, 1, 0) | |  | А | (0, 1, 0) | (1, 2, 0) | (1, 1, 0) | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Если сын выбирает М | | | |  | |  |  | Ж | |  | |  |  | Д | М | А | | М | Д | (2, 1, 0) | (2, 2, 1) | (2, 1, 0) | | М | (1, 0, 1) | (2, 2, 1) | (0, 1, 1) | |  | А | (1, 1, 0) | (1, 2, 1) | (2, 2, 0) | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Если сын выбирает А | | | |  | |  |  | Ж | |  | |  |  | Д | М | А | | М | Д | (2, 1, 1) | (2, 1, 1) | (2, 1, 2) | | М | (1, 0, 1) | (1, 2, 1) | (0, 1, 2) | |  | А | (1, 0, 2) | (1, 2, 2) | (2, 2, 2) | |

Найдите равновесия Нэша в этой игре. Выпишите или укажите в матрице функции реакции игроков (функции наилучшего отклика).

1. В своей творческой задаче из прошлого домашнего задания найдите все равновесия Нэша. Докажите свои выводы проверкой по определению или построением функции реакции (функции наилучшего отклика).