Домашнее задание № 7 по теме «Теория коллективного выбора»

Для тех, кто посетил оба занятия 13.03 (см. [файл с посещаемостью](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1lCPlBKa0fOjMdrmRn2QY1-oYozcRb_K4KPrU5Ye2OKU/edit#gid=0)– счастливчики отмечены +), можно его не выполнять. Тем, кто пропустил занятие, надо обязательно решить всё.

На выполнение домашнего задания дается 2 недели, дедлайн – 27 марта, 23:59. В течение недели после дедлайна домашнюю работу можно сдать, но со штрафом в 50%.

Выполненное домашнее задание в виде скана/фото хорошего качества (одним файлом!) (или набрать решение в ворде/техе/…) надо загрузить на сайте курса в специальную форму.

**Литература**

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М.: Издательский дом ГУ-ВШЭ, 2012 (главы 4 и 5). – есть в библиотеке ВШЭ.

1. Четверо студентов (Александр, Борис, Владислав и Геннадий) выбирают того, кто будет представлять их совместный проект на конференции. Нужно выбрать одного докладчика. Предпочтения студентов приведены ниже.

$$\begin{matrix}\overline{\begin{matrix}P\_{A}&P\_{Б}&P\_{В}&P\_{Г}\end{matrix}}\\\begin{matrix}A&Г&Б&В\\Б&В&В&A\end{matrix}\\\begin{matrix}Г&A&Г&Г\\В&Б&A&Б\end{matrix}\end{matrix}$$

 (Примеры решения задач с помощью указанных ниже правил есть в главах 4 и 5 учебника Алескерова, Хабиной и Шварца)

а) Постройте коллективное решение с помощью **правила относительного большинства**: выбирается та альтернатива, за которую отдали больше всего голосов (т.е. первых мест).

б) Постройте коллективное решение с помощью **правила простого большинства**: альтернатива *x* для коллектива лучше, чем альтернатива *y*, если большинство избирателей считает, что *x* лучше, чем *y*.

В отличие от предыдущего правила здесь нужно знать предпочтения всех избирателей относительно всех альтернатив и сравнивать число тех, кто считает *x* лучше, чем *y* (будем обозначать таких людей как $V(x,y;\vec{P})$), и тех, что считает наоборот:

$$xPy ⇔\left|V(x,y;\vec{P})\right|>\left|V(y,x;\vec{P})\right|.$$

Построенное вами бинарное отношение коллективного предпочтения называется мажоритарным и обозначается $μ$, а его граф – мажоритарным графом. В качестве решения можно выбрать недоминируемые вершины в мажоритарном графе $C\left(A\right)=\{y\in A|∄x\in A xμy\}$ (они называются победителями Кондорсé).

в) Постройте коллективное решение с помощью **правила Бордá**.

г) Постройте коллективное решение с помощью **первого правила Коупленда**.

д) Постройте коллективное решение с помощью **правила олигархии**, если первый и третий участники являются олигархами.

Для нижеследующих правил используйте дополнительное условие:

Ребята договорились, что если процедура голосования на каком либо этапе выбирает несколько альтернатив (или требует исключения нескольких), то выбирают (исключают) по возрасту, т.е. выбирают того, кто старше (исключают того, кто младше). Распределение по возрастам такое: Геннадий самый старший, затем Владислав, затем Борис, и Александр – самый молодой.

е) Постройте коллективное решение с помощью **системы передачи голосов**.

ж) Постройте коллективное решение с помощью **правила Нансона**.

з) Постройте коллективное решение с помощью **правила Кумбса**.