Домашнее задание № 9 по теме «Теория коллективного выбора»

Для тех, кто посетил оба занятия 10.04 (см. [файл с посещаемостью](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1lCPlBKa0fOjMdrmRn2QY1-oYozcRb_K4KPrU5Ye2OKU/edit) – счастливчики отмечены +), можно выполнить только №3. Тем, кто пропустил занятие, надо обязательно решить всё.

На выполнение домашнего задания дается 2 недели, дедлайн – 24 апреля, 23:59. В течение недели после дедлайна домашнюю работу можно сдать, но со штрафом в 50%.

Выполненное домашнее задание можно сдать либо в письменном виде перед семинаром, либо прислать скан/фото хорошего качества (одним файлом!) мне на почту (lyude@inbox.ru), либо набрать решение в ворде/техе/… и прислать по почте.

**Литература**

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М.: Издательский дом ГУ-ВШЭ, 2012 (главы 4 и 5). – есть в библиотеке ВШЭ.

2. Клима Р. Ходж Дж. Математика выборов. – Москва, Изд-во МЦМНО, 2007. (есть в свободном доступе в Интернете).

1. Семья из 4 человек (Папа, Мама, Дочь и Сын) каждую пятницу решает, ехать ли всей семьей на дачу на выходные. Для принятия решения они голосуют (есть две альтернативы: «да», то есть всем четверым ехать, или «нет», то есть всем четверым не ехать). Сын выписал результаты четырех последних голосований:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Папа | Мама | Дочь | Сын | Результат |
| 1 | нет | да | нет | нет | да |
| 2 | да | нет | нет | да | нет |
| 3 | нет | да | да | нет | да |
| 4 | да | нет | нет | нет | да |

Будет ли применяемое ими правило принятия решений (какое именно правило принятия решений применяется неизвестно, результаты другим голосований также неизвестны):

1) анонимным, 2) нейтральным, 3) монотонным? Объясните свой ответ.

1. Рассмотрим следующее правило построения коллективного решения по индивидуальным предпочтениям *n* участников (будем считать, что *n* кратно 6): пара (*x*, *y*) входит в коллективное решение, если она принадлежит:

а) ровно *n*/3 предпочтений;

б) более *n*/2 предпочтений;

в) не менее *n*/2 предпочтений;

г) ровно *n* предпочтениям.

Каким свойствам удовлетворяют эти правила (ненавязанность, единогласие, локальность, монотонность, нейтральность, анонимность)?

1. Найдите максимальные внутренне устойчивые множества и минимальные внешне устойчивые множества для графа на рис. ниже. Есть ли у этого графа ядро?



1. Найдите, пользуясь методом, описанным в задаче о лидере, ранжирование участников в следующем турнире:

$$\left(\begin{matrix}1&0&2&2&1\\2&1&1&2&0\\0&1&1&1&1\\0&0&1&1&2\\1&2&1&0&1\end{matrix}\right)$$