Домашнее задание №12 на тему «Паросочетания»

Для тех, кто активно участвовал на занятиях 22.05 (см. [файл с посещаемостью](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1lCPlBKa0fOjMdrmRn2QY1-oYozcRb_K4KPrU5Ye2OKU/edit#gid=0) – счастливчики отмечены +), можно не выполнять домашнее задание. Остальным надо обязательно решить все задачи.

На выполнение домашнего задания дается 2 недели, дедлайн – 5 июня, 18:10. В течение недели после дедлайна домашнюю работу можно сдать, но со штрафом в 50%.

Выполненное домашнее задание прислать как скан/фото хорошего качества (одним файлом!) мне на почту (lyude@inbox.ru), либо набрать решение и также прислать по почте.

Литература:

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М.: Физматлит, 2012. (глава 1)

1. а) Представленный на рис. слева двудольный граф удовлетворяет условию Холла. Какую дугу (одну дугу) надо отбросить, чтобы двудольный граф перестал удовлетворять условию Холла? Примечание: на полученном двудольном графе не должно быть изолированных вершин.

б) Представленный на рис. справа двудольный граф не удовлетворяет условию Холла. Какую дугу (одну дугу) надо добавить, чтобы двудольный граф стал бы удовлетворять условию Холла?

 

2. Пусть $G=(X∪Y,Γ)$, где $X=\{a,b,c,d,e\}$, $Y=\{v,w,x,y,z\}$ и $Γ=\{av,ax,bv,bz,cw,cy,cz,dy,dz,ez\}$. Найдите, пользуясь алгоритмом, максимальное паросочетание в $G$. (Указание: начните с $M=\{av,bz,cy\}$).

3. В комитете по налоговой реформе работают секретарями 4 девушки: Анна (А), Хельга (Х), Мария (М) и Кристина (К). На новогоднем вечере было решено устроить маскарад.

 У девушек дома есть следующие маскарадные костюмы:

* у Анны – «Снежная королева» и «Коломбина»
* у Хельги – «Золушка», «Снежная королева», «Белоснежка»
* у Марии – «Коломбина», «Фея»
* у Кристины – «Фея», «Золушка», «Белоснежка»

 Смогут ли девушки прийти на маскарад в разных маскарадных костюмах? Для того, чтобы ответить на этот вопрос:

1. Постройте соответствующий двудольный граф и проверьте выполнение условия Холла.
2. При построении паросочетания нужно строго придерживаться следующего :

- на 1-м шаге паросочетание должно содержать одну дугу;

- на 2-м шаге чередующаяся цепь должна содержать три дуги;

- на 3-м шаге чередующаяся цепь должна содержать не менее трех дуг;

- на 4-м шаге – на Ваше усмотрение.