Задача 1.

Так как доходы и ставка не отличаются, то межвеременное бюджетное ограничение у двух агентов не отличаются. Получаем: $C_1 + \dfrac{C_2}{1+0.2} = 200 + \dfrac{120}{1+0.2}$. То есть, $C_1 + \dfrac{C_2}{1+0.2} = 300$.

Функция полезности первого $U = C_1\sqrt{C_2}$. Его оптимальный выбор : $(C_1; C_2) = (200; 120)$.

Функция полезности второго $U = C_1C_2$. Его оптимальный выбор : $(C_1; C_2) = (150; 180)$.

Их потребительский выбор отличается из-за различий в предпочтениях. Максим одинаково ценит оба периода, а Никита ценит потребление в первом периоде сильнее, чем во втором.

Критерии выставления баллов:

- 8 баллов за решение задачи первого потребителя (Никиты).
- 7 баллов за решение задачи второго потребителя (Максима).
- 5 баллов за качественный пункт. При этом, из них 2 балла можно получить только указав экономическую интуицию - то есть указав, что Никита ценит потребление в первом периоде сильнее, чем во втором.

Задача 2.

Функция полезности имеет вид $U = 200 - (40-x)^2 - (y-50)^2$. Заметим, что квадрат любого числа принимает неотрицательные значения, то есть больше или равен нулю. Соответственно, необходимо проверить, доступна ли нам точка, когда $U = 200$. Нули достигаются в случае, когда $x = 40$ и $y = 50$. $40 * 10 + 20 * 50 = 400 + 1000 = 1400 < 2000$. Нам доступен такой набор, соответственно $x = 40$ и $y = 50$ является ответом.

Критерии выставления баллов:

- За задачу выставлялось 0 баллов, если участник допускал ошибку в самом начале и рассматривать бюджетное ограничение со знаком "равно". Это приводило его к условной оптимизации и неверному ответу.
- 10 баллов за идею о том, что полезность всегда не больше 200 и квадраты равны нулю соответственно.
- 5 баллов за правильные значения x, y.
- 5 баллов за проверку, что бюджетное ограничение выполнено.

Задача 3.

Запишем функцию прибыли одной фирмы и промаксимизируем как функцию, графиком котоой является парабола ветвями вниз:

$$\pi_1 = (10 - q_1 - q_2)q_1 - 9q_1 + 0.75q_1^2 \Rightarrow q_1 = 2 - 2q_2$$

Заметим, что q_2 может быть больше единицы, тогда вершина параболы будет находиться в отрицательной области по q_1. Но количество не может быть отрицательным, поэтому в таком случае берётся край области определения — $q_1 = 0$, исходя из этого можем выписать кривую реакции первой фирмы:

$$q_1^* = \begin{cases} 2 - 2q_2, & q_2 \leqslant 1 \\ 0, & q_2 \in (1, 4] \end{cases}$$

Если мы поменяем в прибыли первой фирмы индексы 1 и 2 у количеств, то мы получим функцию прибыли второй фирмы, значит кривая реакции второй фирмы также симметрична. Важно на данном моменте не писать, что количества, выбранные фирмами также будут равны, потому что равновесия в симметричных играх не обязаны быть симметричными.

$$q_2^* = \begin{cases} 2 - 2q_1, & q_1 \leqslant 1 \\ 0, & q_1 \in (1, 4] \end{cases}$$

Теперь мы должны пересечь каждый участок кривой реакции первой фирмы с каждым участком кривой реакции второй фирмы, получается 4 случая:

$$(1) \begin{cases} q_1 = 2 - 2q_2, & q_2 \leqslant 1 \\ q_2 = 2 - 2q_1, & q_1 \leqslant 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} q_1 = 2 - 2q_2, & q_2 \leqslant 1 \\ q_2 = 0, & q_1 > 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} q_1 = 0, & q_2 > 1 \\ q_2 = 2 - 2q_1, & q_1 \leqslant 1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} q_1 = 0, & q_2 > 1 \\ q_2 = 0, & q_1 > 1 \end{cases}$$

Решаем выражением и подстановкой, в первой системе выходит $(q_1, q_2) = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$. Вторая и третья системы дают $(q_1, q_2) = (2, 0)$ и $(q_1, q_2) = (0, 2)$, соответственно. Четвёртая система решений не имеет.

В первом равновесии рыночная цена сложится на уровне $\frac{10-2}{3} - \frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$. Во втором и третьем случаях цена будет равна $10 - 2 - 0 = 8$.

Ответ:

$$\left[\begin{aligned} P &= 8 \\ P &= 8\frac{2}{3} \end{aligned} \right.$$

Критерии выставления баллов:

- 7 баллов снималось, если найдено только одно симметричное равновесие. частой ошибкой было утверждение $q_1 = q_2$ в самом начале решения.
- 3 балла снималось, если кривая реакции выписана только одним участком.
- разное количество баллов (от 5 до 10 в зависимости от грубости ошибки) снималось либо за неправильное выписывание функции прибыли, либо за не независимый выбор фирмами количества, за другие схожие ошибки.
- 1 балл снимался за арифметические ошибки
- 2 балла снимались за отсутствие достаточного условия максимизации

Задача 4.

Выразим $L_x = \sqrt{x}, L_y = \sqrt{y}$ и подставим эти зависимости в ограничение по труду:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$$

. Мы получили уравнение КПВ, которое можем нанести на график:

В пункте **а)** наносим на график карту изовыручек $TR = x + y$. Наивысшее касание МПВ с одной из кривых торговых возможностей проходит через точку $(0, 4)$, поэтому КТВ в первом пункте будет выглядеть следующим образом:

$$x + y = 4$$

Рис. 1: КПВ

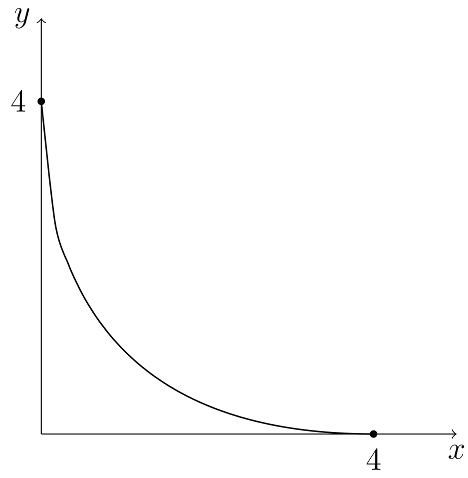
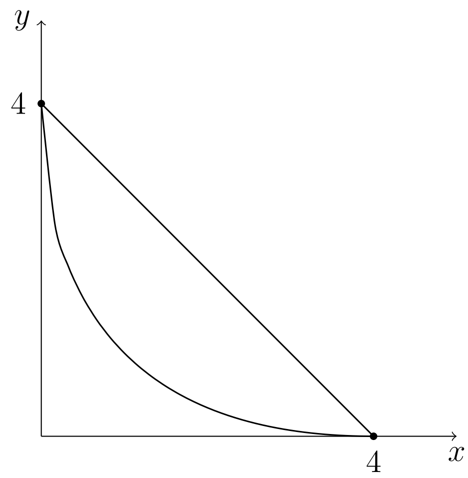


Рис. 2: КТВ без ограничений

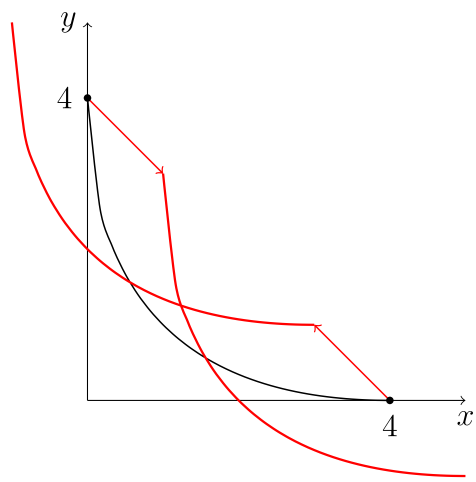


В пункте **б)** КТПВ можно строить векторным методом (это не единственный метод решения). Каждую точку КПВ можно сдвинуть сначала на вектор $\alpha(1,-1)$ при всех значениях α от 0 до 1, а затем на противоположный вектор $\alpha(-1,1)$. Координаты вектора означают количества товаров, которые приобретаются или продаются. Если координата вектора, на который сдвигается точка положительная, значит товар приобретается, если отрицательная — товар продаётся. Параметр α отвечает за то, какую долю от импортной/экспортной квоты использует транзакция. Точно так же к КТВ можно относиться и в предыдущем пункте, но там данное усложнение не требуется. Нарисуем это на графике. Кривые в отрицательных областях нарисованы для наглядности).

Берём верхнюю огибающую. Точку пересечения двух частей графика посередине получаем, решая систему иррациональных уравнений. Сами уравнения этих частей получаем используя сдвиг графиков уравнений: $f(x-a, y-b) = 2$, где a — сдвиг по горизонтали, b — сдвиг по вертикали.

$$\begin{cases} y = 4 - x, & x \in [0;1] \vee x \in [3,4] \\ \sqrt{y+1} + \sqrt{x-1} = 2, & x \in (1, 5/4] \wedge y \in [5/4, 3) \\ \sqrt{y-1} + \sqrt{x+1} = 2, & x \in (5/4, 3) \wedge y \in (1, 5/4) \end{cases}$$

Рис. 3: построение КТВ с ограничением



Критерии выставления баллов:

- 3 балла в первом пункте ставилось за построение/выписывание уравнения КПВ. При этом ставилось лишь 2 балла, если общая форма КПВ построена, но на графике также отмечен возрастающий участок функции $y = (2 - \sqrt{x})^2$.
- Оставшиеся 7 баллов в первом пункте давались за верное построение КТВ. При этом ставилось 10 баллов, если построение КТВ *верно* объяснено без использования КПВ.
- Во втором пункте ставилось 2 балла за построение двух «крайних» отрезков КТВ.
- За правильный графический ответ с обоснованием во втором пункте ставилось 6 баллов, если не было выписано уравнения.
- За второй пункт ставилось всего 4 балла за идею о том, что часть КТВ получается сдвигом КПВ, если при этом реализация неверна.
- За второй пункт ставилось 10 баллов, если выписано уравнение КПТВ, нарисован график, а также присутствует верное объяснение.

Задача 5.

Построим функцию издержек $TC(Q)$:

При производственной функции $Q = \min(\sqrt{K}; \sqrt{L})$ необходимо использовать количество капитала, равное количеству труда ($\sqrt{K} = \sqrt{L}$ или $K = L$), поскольку, если $\sqrt{K} > \sqrt{L}$, то мы тратим деньги на капитал, который не приносит дополнительных единиц продукции, поэтому в оптимуме равенство.

Тогда $Q = \sqrt{K} = \sqrt{L}$, следовательно, $K = Q^2 = L$.

Отсюда $TC(Q) = 3L + 2K = 5Q^2$ при $Q \leq 4$. Ограничение появилось из-за того, что можно использовать только $K \leq 16$. Отсюда $Q^2 \leq 16$, тогда $Q \leq 4$. Если мы хотим производить $Q > 4$, то должны доплатить 80 ден.ед. Тогда функция издержек выглядит так:

$$TC = \begin{cases} 5Q^2, & Q \leq 4 \\ 5Q^2 + 80, & Q > 4 \end{cases}$$

Предложение фирмы выведем через условие $P = MC$ (MC убывает, $P = const$, следовательно, это будет оптимум).

$MC = 10Q = P$

$Q = 0.1P$ в обоих случаях.

Остановимся в $Q = 4$ и будем думать, производить дальше 4 единицы или идти по MC, заплатив 80 ден.ед. Надо найти такое P, когда надо перескочить с 4 на MC.

Сравним прибыли:

$\pi(4) = 4P - 80$

$\pi(Q > 4) = 0.1P^2 - 0.05P^2 - 80 = 0.05P^2 - 80$

Перескочим, когда $0.05P^2 - 80 > 4P - 80$

$P > 80$

$$Q = \begin{cases} 0.1P, & P \in [0; 40] \cup (80; +\infty) \\ 4, & P \in (40; 80] \end{cases}$$

Критерии выставления баллов:

- 5 баллов можно было получить за верное нахождение функции издержек. 2 балла снималось за отсутствие доказательства, что $K = L$ в оптимуме.
- 5 баллов можно было получить за верное нахождение функции предложения $Q = 0.1P$. 2 балла снималось, если не было доказательства оптимума (вне зависимости, пользовались ли Вы условием $P = MC$ или максимизировали прибыль).
- 10 баллов можно было получить за корректное сравнение $\pi(4)$ и $\pi(Q > 4)$ и вывод окончательной функции предложения.
- 4 балла снималось за существенную арифметическую ошибку, исказившую ответ.