

Отбор

Экономическая школа ФЭН

Профильная группа

28 сентября 2025 г.

При решении задач описывайте процесс решения. Если Вам кажется, что в условии задачи Вы сталкиваетесь с незнакомым для Вас термином — не спешите бросать задачу, вполне возможно, что, опираясь на здравый смысл, Вы сможете решить значительную её часть. Если у Вас есть идеи хода решения задачи — не бойтесь их записывать, это может принести Вам баллы за задачу. Если не сказано — считайте все величины во всех задачах бесконечно делимыми. Успехов!

Задача 1 Рынок труда города М (20 баллов)

В городе М на рынке труда работает фирма — монополист, использующая только труд и имеющая производственную функцию вида

$$Q(L) = \begin{cases} 120L - 0,5L^2, & \text{если } L \leq 120 \\ 7200, & \text{если } L > 120, \end{cases}$$

где Q — выпуск фирмы; L — количество занятых. Фирма продаёт свою продукцию на совершенно конкурентном рынке по цене $P = 1$.

а) (6 баллов) Работники города объединились в профсоюз, максимизирующий величину $U = wL$, где w — зарплата членов профсоюза. Профсоюз выбирает зарплату, а монополист выбирает занятость, принимая зарплату, установленную профсоюзом, как заданную. Определите, какая зарплата и какое количество занятых установятся в равновесии на рынке труда при данных условиях.

б) (6 баллов) Пусть теперь монополист устанавливает зарплату, а члены профсоюза принимают зарплату, установленную фирмой, как заданную, и имеют функцию предложения труда вида $L^s = 2w$. Определите, какая зарплата и какое количество занятых установятся в равновесии на рынке труда при данных условиях.

в) (8 баллов) Пусть профсоюз и монополист вступили между собой в переговоры, в результате которых они определяют зарплату и величину занятости. Возможно ли заключение такого контракта между профсоюзом и монополистом, при котором они оба выиграют по сравнению с пунктом **а)**? Возможно ли заключение такого контракта между профсоюзом и монополистом, при котором они оба выиграют по сравнению с пунктом **б)**? Возможно ли заключение такого контракта между профсоюзом и монополистом, при котором они оба выиграют и по сравнению с пунктом **а)**, и по сравнению с пунктом **б)**? Дайте экономическую интерпретацию полученного результата.

Челеховский А.Н.

Задача 2 Сладкое преступление

(20 баллов)

Детектив сладкого Королевства Джон «Лакрица» Смит занимается расследованиями особо запутанных преступлений на сладкой почве. На данный момент он расследует ограбление магазина сладостей «Сахарный Дом» на пересечении улицы Пончиков и Мармеладного переулка. Подозреваемый в ограблении магазина носит кличку «Карамельный Пончик». Недавно человека, попадающего под описание *Карамельного Пончика*, видели в магазине сладостей «Карамельные облака», где он приобрел 3 сливочные шоколадки по \$10 за плитку и 4 банки вишневой газировки по \$5 за банку. К сожалению, далее след обрывается. Месяц нудных поисков и опросов свидетелей вывели *Лакрицу* на трёх подозреваемых из разных районов королевства, которые попадают под описание преступника, а также любят те же сливочные шоколадки и вишневую газировку, что и человек замеченный в магазине «Карамельные облака» ранее. *Лакрица* собрал следующую информацию по подозреваемым:

- *Кремовая Мэри* — покупает 2 сливочных шоколадки по \$5 за плитку и 5 вишневых газировки по \$15 за банку;
- *Халва Сэм Джелато* — покупает 2 сливочные шоколадки по \$15 за плитку и 4 вишневые газировки по \$5 за банку;
- *Мармелад Лукумович* — покупает 4 сливочные шоколадки по \$5 за плитку и 2 вишневые газировки по \$20 за банку.

Известно, что *Карамельный Пончик* и все три подозреваемых тратят весь свой доход на шоколадки и газировку. Назовём покупку определенного количества шоколадок и газировки **набором**. Каждый является **рациональным покупателем**:

- Если покупатель мог позволить себе купить любой один из двух наборов: *набор А* или *набор В*, и в итоге купил *набор А*, то никогда не будет такого, что он в следующую покупку снова может позволить себе купить любой один из двух наборов, но теперь покупает *набор В*.
- Если покупатель мог позволить себе купить любой один из двух наборов: *набор А* или *набор В*, и в итоге купил *набор В*, а затем покупатель в следующую покупку мог позволить купить себе любой один из двух наборов: *набор В* или *набор С*, и в итоге купил *набор С*, то никогда не будет такого, что в следующую покупку он мог позволить купить себе любой один из двух наборов: *набор А* или *набор С*, и в итоге покупает *набор А*.

а) (10 баллов) Может ли *Лакрица* сузить круг подозреваемых, основываясь на приведённой в условии информации? Если Ваш ответ "да" - покажите, как это сделать, если "нет" - докажите, почему это нельзя сделать.

б) (10 баллов) Недавно *Карамельный Пончик* был снова замечен в магазине сладостей, где он купил 5 сливочных шоколадок по \$10 за плитку и 1 вишневую газировку по \$10 за банку. Выясните, кто является преступником.

Михайлов Д. А.

Задача 3 Минимизация издержек**(20 баллов)**

Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $q = f(K, L) = K + \sqrt{L + 4}$, где q — это количество произведённой продукции, K — это количество используемых в производстве единиц капитала, а L — это количество используемых в производстве единиц труда. Цена единицы труда равна $w > 0$, а цена единицы капитала равна $r > 0$. Фирма работает в долгосрочном периоде, то есть количества всех факторов производства являются переменными. Фирма стремится минимизировать общие издержки для каждого возможного количества произведённой фирмой продукции q .

- а) (4 балла)** Определите отдачу от масштаба для данной производственной функции.
- б) (1 балл)** Запишите задачу минимизации общих издержек данной фирмы.
- в) (15 баллов)** Решите задачу минимизации общих издержек данной фирмы и выведите функцию $TC(q)$.

Махаев Д. Д.

Задача 4 В погоне за совершенством**(20 баллов)**

На совершенно конкурентном рынке товара отраслевой спрос имеет вид: $Q = 1000 - 10P$, где Q — суммарный выпуск отрасли, P — цена. Каждая фирма в отрасли имеет функцию общих издержек: $ТС_f(q) = 100 + 20q + q^2$, где q — выпуск отдельной фирмы.

а) (10 баллов) Определите количество фирм на данном рынке в условиях долгосрочного равновесия.

б) (10 баллов) Пусть n фирм (где n равно числу фирм, найденному Вами в пункте **а**)) объединились и стали монополистом на данном рынке. Найдите их оптимальный суммарный выпуск Q_M и соответствующую цену P_M . Считайте, что при объединении фирмы максимизируют их суммарную прибыль.

Малакшанидзе Аня

Задача 5 Поиск справедливой стоимости облигации (20 баллов)

Думаем, вы уже слышали про облигации — а может, даже решали задачи на поиск их справедливой стоимости. Сегодня вам предстоит познакомиться поближе с разными видами облигаций и попробовать посчитать их цену.

Вам не нужно полностью производить все расчеты, ответ для каждого пункта запишите в виде дроби со знаменателем, который имеет вид произведения ставок дисконтирования в каждый год.

Вы хотите купить облигацию номиналом 1000 рублей со сроком до погашения 4 года. Прогноз ключевой ставки на ближайшие годы выглядит так:

- 1-й год — 20%
- 2-й год — 18%
- 3-й год — 16%
- 4-й год — 14%

В каждом из пунктов определите справедливую цену облигации в зависимости от её типа.

а) (10 баллов) Вы рассматриваете облигацию с постоянным купоном в размере 18% от номинала. Найдите её текущую цену. Не доводя расчеты до конца определите, больше или меньше номинала будет текущая цена облигации.

б) (5 баллов) На рынке есть облигация с тем же номиналом, сроком и купонной ставкой, но с особенностью: это амортизируемая облигация.

Амортизируемые облигации — это бумаги, у которых номинал погашается не в конце срока, а постепенно, равными частями в даты выплаты купонов. При этом купонные выплаты рассчитываются как процент от непогашенного (остаточного) номинала.

Найдите текущую цену такой облигации. Не доводя расчеты до конца определите, больше или меньше номинала будет текущая цена облигации.

в) (5 баллов) Теперь вы встречаете облигацию с переменным купоном (флоатер). Купон по ней составляет ключевую ставку плюс 2%. Остальные характеристики совпадают с предыдущими пунктами. Найдите текущую цену такой облигации. Не доводя расчеты до конца определите, больше или меньше номинала будет текущая цена облигации.

Фазлыева Алина