

Когда нужно кидать кубик



Данил Фёдоровых

www.hse.ru/staff/df
ILoveEconomics.ru
dfed@hse.ru

A MILLION Random Digits

WITH

100,000 Normal Deviates

RAND

Since 1955

A MILLION Random Digits

WITH

100,000 Normal Deviates

RAND

73735	45963	78134	63873
02965	58303	90708	20025
98859	23851	27965	62394
33666	62570	64775	78428
81666	26440	20422	05720
15838	47174	76866	14330
89793	34378	08730	56522
78155	22466	81978	57323
16381	66207	11698	99314
75002	80827	53867	37797
99982	27601	62686	44711
84543	87442	50033	14021
77757	54043	46176	42391
80871	32792	87989	72248
30500	28220	12444	71840

Since 1955

A MILLION Random Digits

WITH

100,000 Normal Deviates

RAND

777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777

777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777

777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777
777777 777777 777777 777777

Since 1955

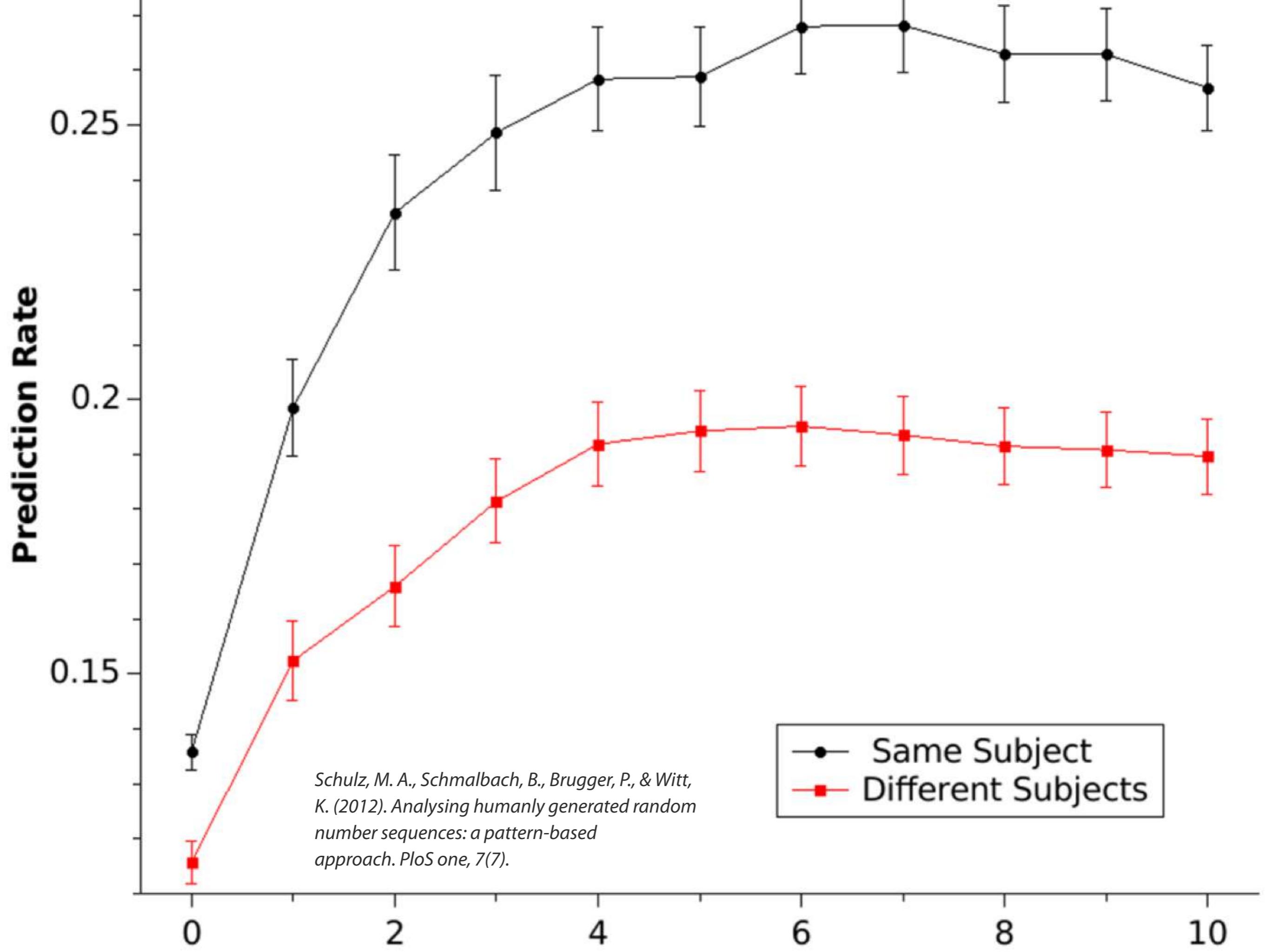
4 3 2 1

8 8 8 8

1 7 0 2

1001111001010011000000100
11000010111101101110111011110
0111100111110011111000110
0111011101101101101100011001

1001111001010011000000100
1100001011110110110111011110
0111100111110011111000110
0111011101101101100011001



N	$N + 1$	Prob
	0	10 %
	1	5 %
	2	13 %
	3	11 %
	4	15 %
	5	25 %
6 →	6	3 %
	7	23 %
	8	12 %
	9	7 %

Bains, W. (2008). Random number generation and creativity. *Medical hypotheses*, 70(1), 186-190

Теория игр



Теория игр



Russel Crowe (A Beautiful Mind)

Теория игр



Russel Crowe (A Beautiful Mind)

John F. Nash
(1928—2015)

Дilemma заключенных

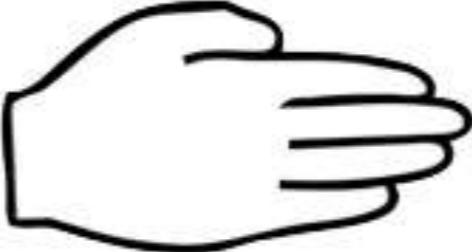
	Соседу	Себе
Соседу	2 : 2	0 : 3
Себе	3 : 0	1 : 1

Дilemma заключенных

	Соседу	Себе
Соседу	2 : 2	0 : 3
Себе	3 : 0	1 : 1



Rock-Paper-Scissors

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

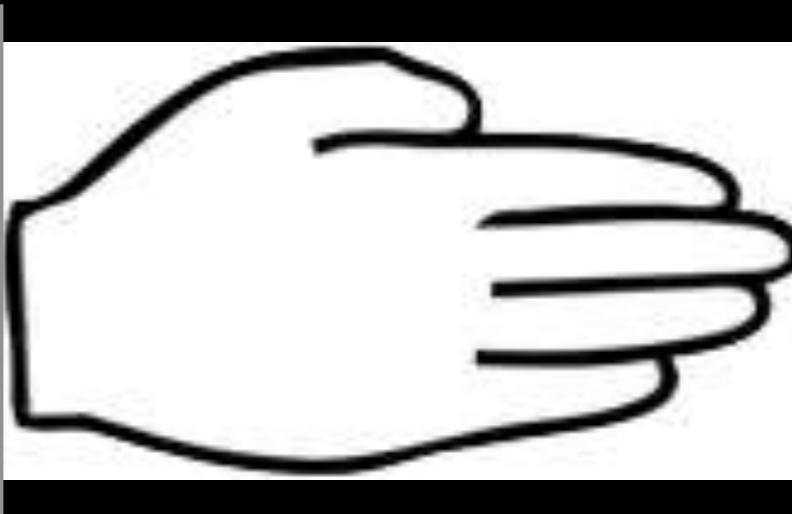
Rock-Paper-Scissors

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

Играть любую детерминистическую стратегию
(как Барт) — плохая идея.

Rock-Paper-Scissors

Что если подбрасывать монетку?



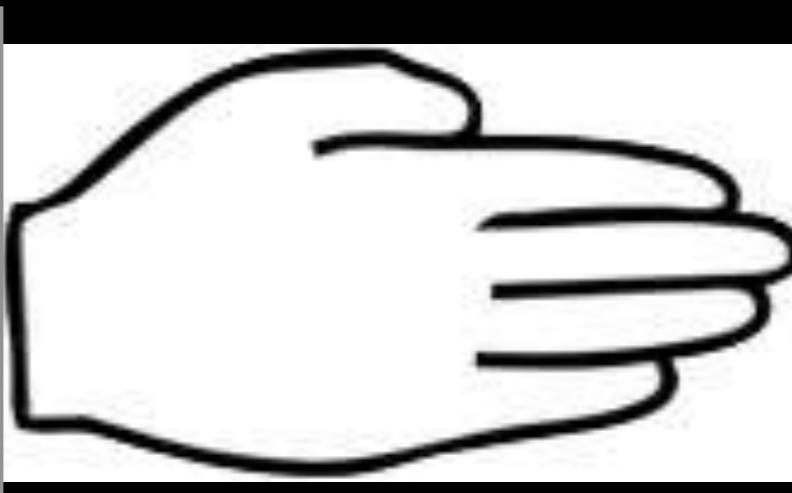
$\Pr = \frac{1}{2}$

$\Pr = \frac{1}{2}$

$\Pr = 0$

Rock-Paper-Scissors

Что если подбрасывать монетку?



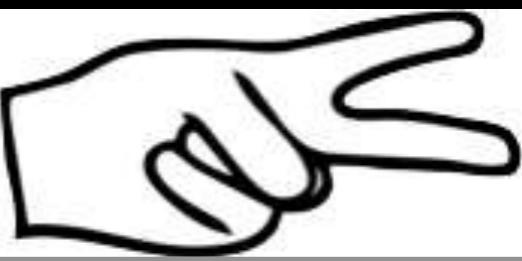
$$\Pr = \frac{1}{2}$$

$$\Pr = \frac{1}{2}$$

$$\Pr = 0$$

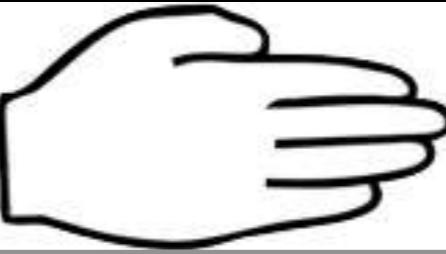
Снова плохая идея:

другой игрок будет ходить «Бумагу»
и вам больше не выгодно подбрасывать монетку

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

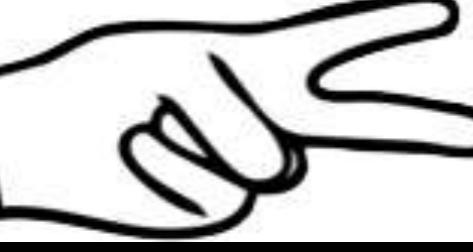
			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

Рассмотрим стратегию
игрока 2: $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

Рассмотрим стратегию
игрока 2: $(\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3})$

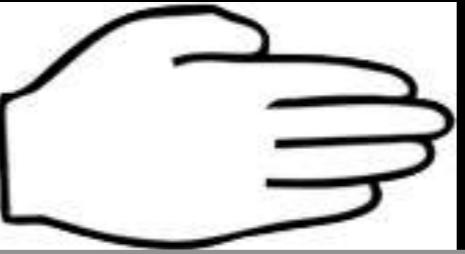
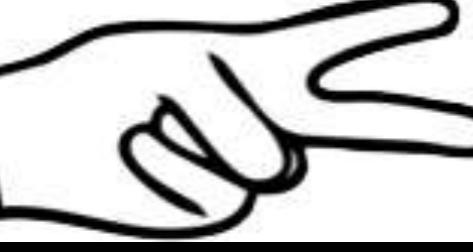
Игроку 1 не важно, что выбирать —
например, $(\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3})$

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

Рассмотрим стратегию
игрока 2: $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

Игроку 1 не важно, что выбирать —
например, $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

Но тогда Игроку 2 тоже не важно —
например, $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

			
	0 : 0	-1 : 1	1 : -1
	1 : -1	0 : 0	-1 : 1
	-1 : 1	1 : -1	0 : 0

Рассмотрим стратегию
игрока 2: $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

Игроку 1 не важно, что выбирать —
например, $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

Но тогда Игроку 2 тоже не важно —
например, $(\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$

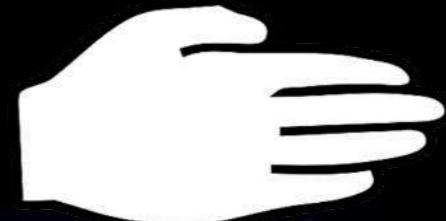
NE

World RPS Society





35,4 %



35 %



29,6 %

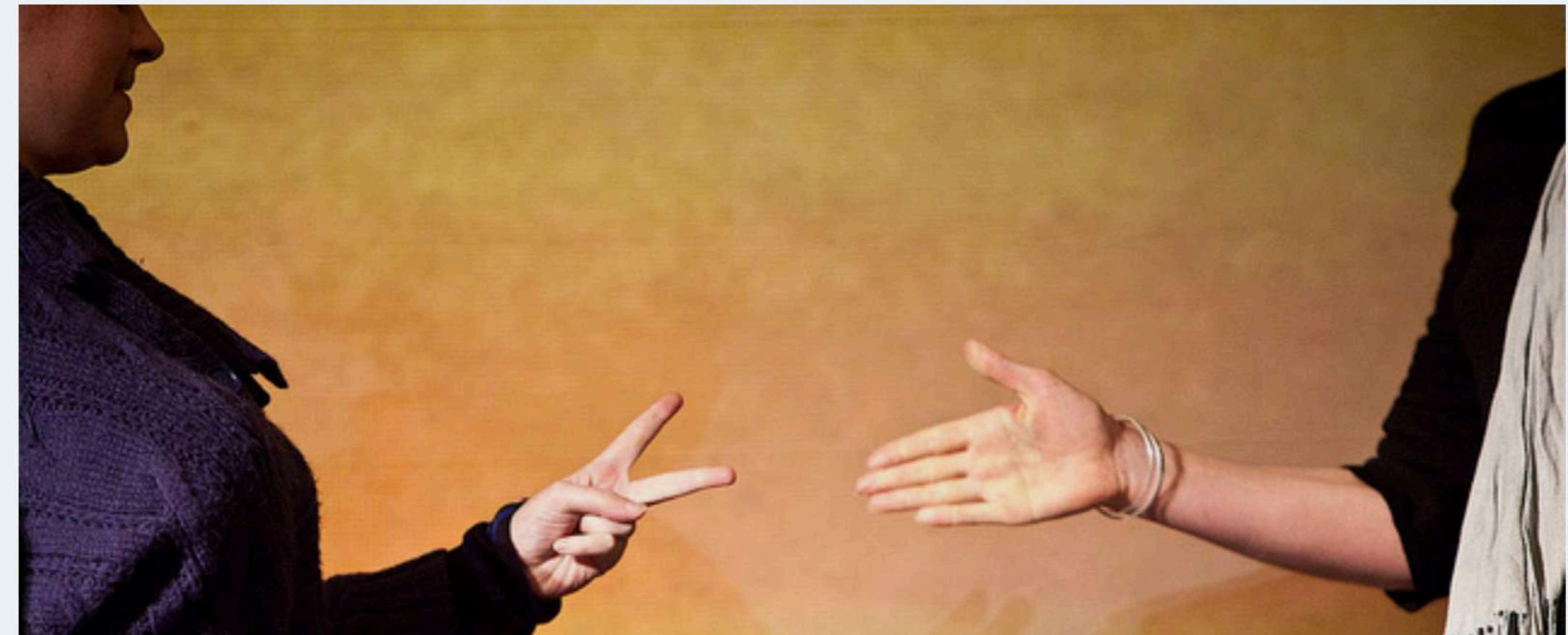


THE WAY OF THE FIST —

Scientists find a winning strategy for rock-paper-scissors

A new study applies statistics, probability, and psychology to RPS.

CASEY JOHNSTON - 5/2/2014, 3:56 AM



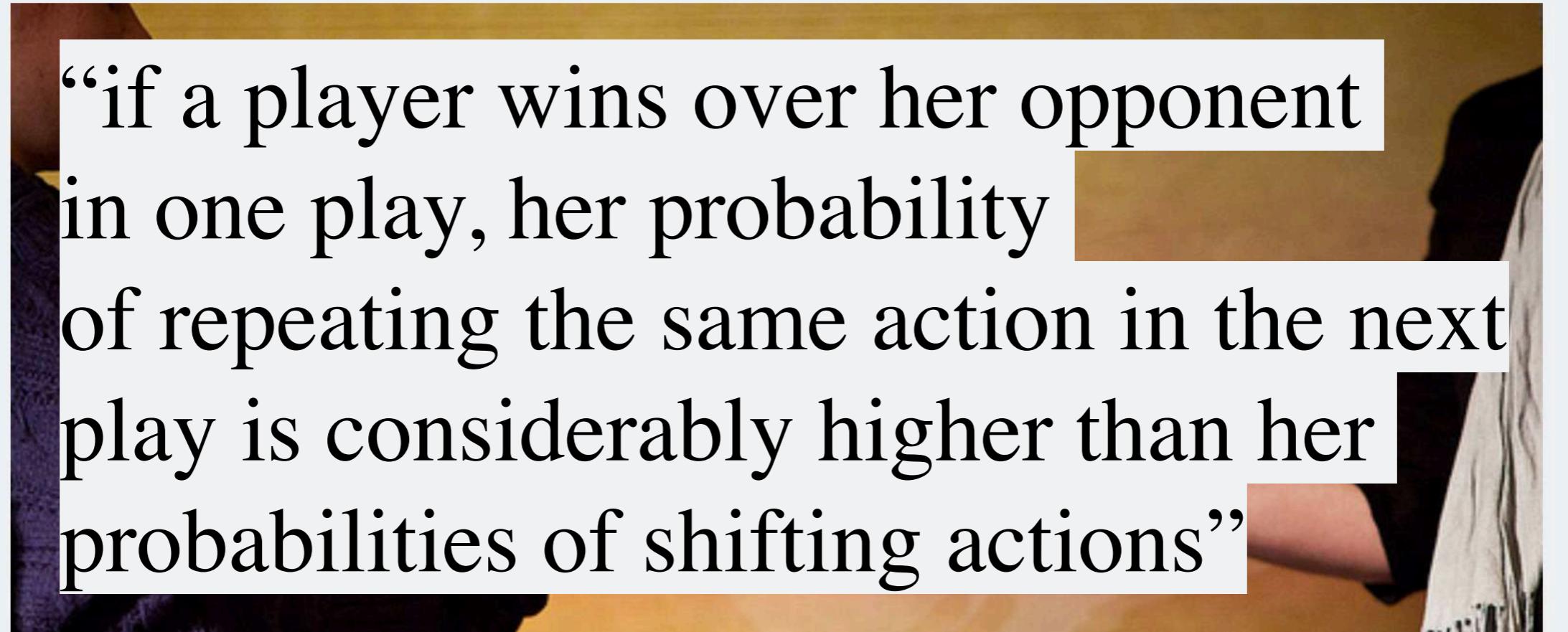
<https://arstechnica.com/science/2014/05/win-at-rock-paper-scissors-by-knowing-thy-opponent/>

THE WAY OF THE FIST —

Scientists find a winning strategy for rock-paper-scissors

A new study applies statistics, probability, and psychology to RPS.

CASEY JOHNSTON - 5/2/2014, 3:56 AM



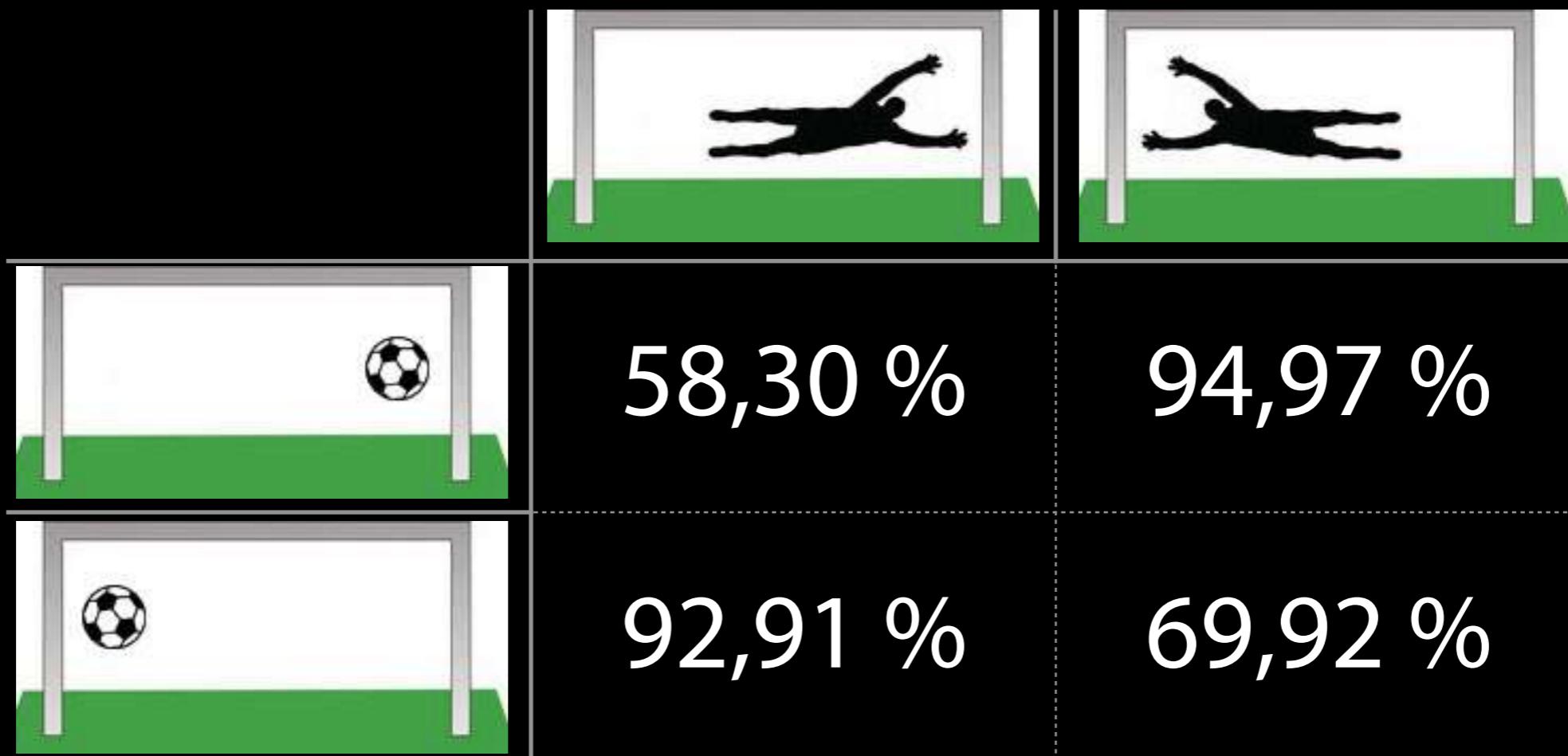
“if a player wins over her opponent in one play, her probability of repeating the same action in the next play is considerably higher than her probabilities of shifting actions”

<https://arstechnica.com/science/2014/05/win-at-rock-paper-scissors-by-knowing-thy-opponent/>





Вероятность забить пенальти



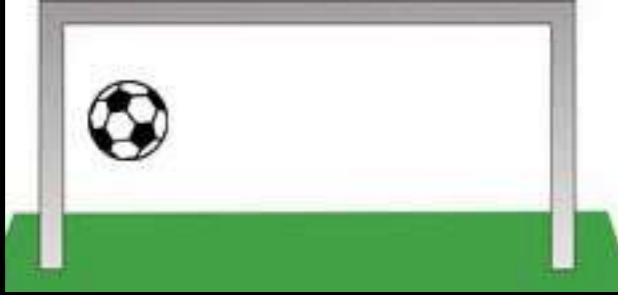
*Palacios-Huerta, I. (2003). Professionals play minimax.
The Review of Economic Studies, 70(2), 395-415.*

N = 1417

Стратегия вратаря 50/50:

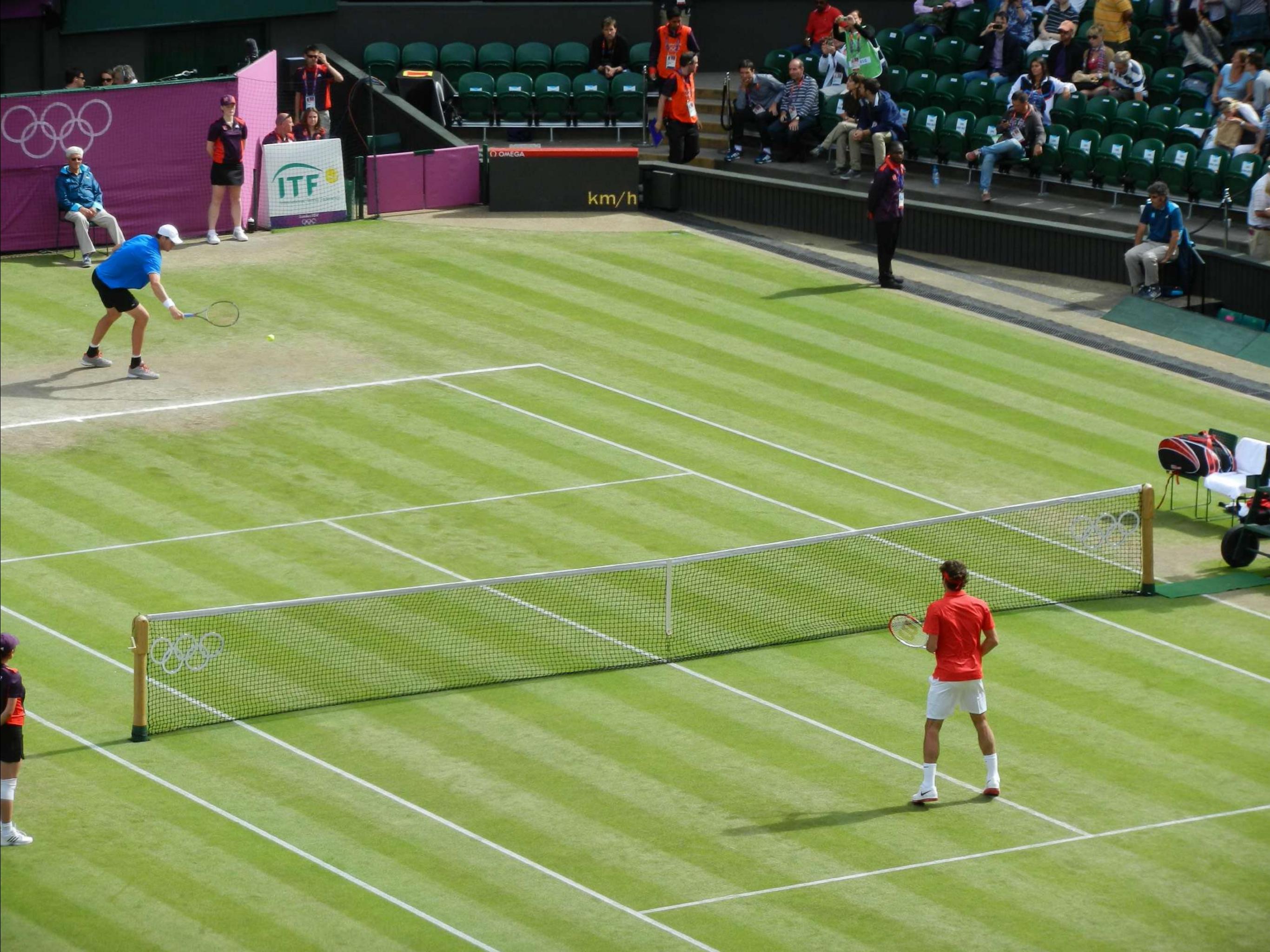
Гол после удара влево: $92,91 \times 0,5 + 69,92 \times 0,5 = 81,42 \%$

Гол после удара вправо: $58,3 \times 0,5 + 94,97 \times 0,5 = 76,64 \%$

	q	$1-q$
p		
$1-p$		
	$58 : 42$	$95 : 5$
	$93 : 7$	$70 : 30$

Выигрыш форварда:

$$\begin{aligned}
 58pq + 95p(1 - q) + 93(1 - p)q + 70(1 - p)(1 - q) &= \\
 &= 5p(5 - 12q) + 23q + 70 = \\
 &= q(23 - 60p) + 25p + 70
 \end{aligned}$$



**Чем профессиональнее
теннисист, тем лучше
он рандомизирует**

Walker, M., & Wooders, J. (2001). *Minimax play at Wimbledon*. *The American Economic Review*, 91(5), 1521-1538.

