Критерии проверки отбора в Экономическую школу ФЭН 2023

Профильная группа

Задача 1

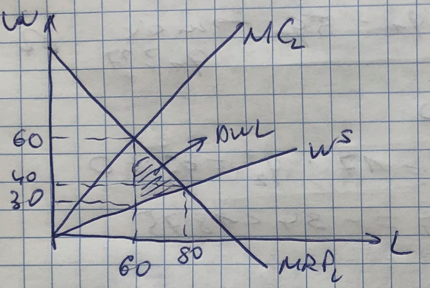
Задача 1

а) $\pi = 120L - 0{,}5L^2 - \underbrace{w}_{0{,}5L} \cdot L = 120L - L^2 \to \max\limits_{L \geq 0}$ – 1б.

$\cap$ – 1б.

$\pi'_L = 120 - 2L = 0 \Rightarrow L^* = 60;\ w^* = 0{,}5 \cdot 60 = 30$ – 3б.

При $L > 120$ с ростом L Q не $\uparrow$; $\pi \downarrow$ $\Rightarrow$ нет смысла рассматривать этот участок – 1б.



$MRP_L = TR'_L = 120 - L$

$MC_L = TC'_L = (0{,}5L^2)'_L = L$

График – 2б.

б) При с.к. на рынке труда $w^d = MRP_L = 120 - L$

$w^d = w^S \Rightarrow 120 - L = 0{,}5L \Rightarrow L = 80;\ w = 40$

$DWL = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 20 = 300$ – 3б.

DWL возникает из-за того, что не нанимаются работники при $L \in (60; 80)$, хотя для них $MRP_L \geq w^S$ – 3б.

в) $MC_L = L - S$

$$\begin{cases} 120 - L = L - S \\ L = 80 \end{cases} \Rightarrow S = 40$$ – 4б.

Введение S стимулирует монопсониста $\uparrow L$, что ведёт к $\uparrow SW$, т.к. нанимаются работники, у к-рых $MRP_L > w^S$. – 2б.

Задача 2

$K=4,\ w=4,\ r=20,\ \tilde{w}=10.\ q=\sqrt{K}\cdot\sqrt{L}$

брак 0.5 (50%)

$q=k$, $T=0.1k \Rightarrow T=0.1q$, где T – технологи

(а) $q=\sqrt{4}\cdot\sqrt{L} \Rightarrow q=2\sqrt{L} \rightarrow \boxed{L=0.25q^2}$ +1

(1) $TC_{брак} = wL+rk+x^2 = 4\cdot 0.25q^2+4\cdot 20+(0.5q)^2 =$
$= q^2+80+0.25q^2 = \boxed{1.25q^2+80}$ +2

(2) $TC_{тех} = w\cdot L+rk+\tilde{w}T = 4\cdot 0.25q^2+4\cdot 20+10\cdot 0.1q =$
$= \boxed{q^2+q+80}$ +2

(б) Предложение это зависимость продаж от p, т.е.:

$q_{продаж} = 0.5q$, где $q \rightarrow$ про-во. тогда $q=2q_n$, где

q_n – продажи.

(1) брак: $\pi = p\cdot q_n - TC_{брак} = p\cdot q_n - 1.25(2q_n)^2 - 80 =$
$= -5q_n^2+pq_n-80 \rightarrow \max\limits_{q_n\geq 0}$ +1 за прибыль

Это парабола ветви вниз, достиг. max в вершине +1

$\boxed{q_n^s = \frac{p}{10}}$ +2

$\pi = p\cdot\frac{p}{10} - 5\frac{p^2}{100} - 80 = \frac{p^2}{10}-\frac{p^2}{20}-80 = \boxed{\frac{p^2}{20}-80}$ + 2

(2) Технологи: $\pi = p\cdot q_n - TC_{тех} = p\cdot q_n - q_n^2 - q_n - 80 = -q_n^2+(p-1)q_n-80 \rightarrow$
$\rightarrow \max\limits_{q_n\geq 0}$ +1 за прибыль

это парабола ветвями вниз, достиг. max в вершине +1

$\boxed{q_n^s = \begin{cases} \frac{p-1}{2}, & p\geq 1 \\ 0, & p<1 \end{cases}}$ + 2

$\pi = -\left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \frac{(p-1)^2}{2} - 80 = \frac{(p-1)^2}{4} - 80 = \boxed{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2-80}$ +2

$\pi_{①} \geq \pi_{②} \Rightarrow \frac{p^2}{20} - \cancel{80} \geq \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 - \cancel{80} \Rightarrow \frac{p}{2\sqrt{5}} \geq \frac{p-1}{2} \Rightarrow p \geq \sqrt{5}p-\sqrt{5}$

$\Rightarrow p(\sqrt{5}-1) \leq \sqrt{5} \Rightarrow \boxed{p \leq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}}$ +2 $\boxed{q^s = \begin{cases} p/10, & p\in\left[0; \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right) \\ \frac{p-1}{2}, & p\geq\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \end{cases}}$ +1

Задача 3

а) Пусть $Q_d = a - bP$, $Q_s = cP - d$.
По *3 балла* за корректный вывод каждого из 4 уравнений.

1. В точке равновесия $CS/PS = c/b = 3$ в силу того, что CS, PS — площади прямоугольных треугольников, один катет у треуольников общий (численно равен равновесному количеству q^*), а второй катет высчитывается по формуле $q^*/\text{ctg}\alpha$, где α — углы между кривыми спроса и предложения и осью P. Для спроса этот котангенс равен b, а для предложения — c.
2. Из условия об эластичности получаем уравнение $\frac{b}{a-15b} = \frac{c}{15c-d}$
3. Равновесная цена равна $\frac{a+d}{b+c}$, из условия о дефиците получаем $a - b\frac{a+d}{2(b+c)} - 12 = c\frac{a+d}{2(b+c)} - d$
4. Подставив 1 вместо количества в уравнения спроса и предложения, получаем последнее условие о разнице в ценах: $\frac{a-10}{b} - 12 = \frac{d+10}{c}$

Получаем систему 4 уравнений с 4 неизвестными, сводимую к линейной:

$$\begin{cases} c/b = 3 \\ \dfrac{b}{a-15b} = \dfrac{c}{15c-d} \\ a - b\dfrac{a+d}{2(b+c)} - 12 = c\dfrac{a+d}{2(b+c)} - d \\ \dfrac{a-10}{b} - 12 = \dfrac{d+10}{c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3b \\ 15c - d = 3a - 45b \\ a + d = 24 \\ 3a - 30 - 36b = d + 10 \end{cases}$$

Решением данной системы является $(a, b, c, d) = (23, \frac{7}{9}, \frac{7}{3}, 1)$, ответ

$$Q_d = 23 - \frac{7}{9}P,\ Q_s = \frac{7}{3}P - 1$$

4 балла — верно выписанная и решённая система.
б) Равновесная цена $54/7$ (*1 балл*), равновесное количество 17 (*1 балл*).
График с отмеченной точкой равновесия — *2 балла*. За график без точки равновесия — *0 баллов*.

Задача 4

1) Допустим, что $L_1 \geq K_1$, $L_2 \geq K_2$

Тогда дополнительные единицы L_1 не принесут дополнительные Q_1, точно также как и K_2 =>

=> $K_1 \geq L_1$ и $L_2 \geq K_2$

Тогда: $\begin{cases} Q_1 = \alpha L_1 + (1-\alpha) K_1 \\ Q_2 = \alpha K_2 + (1-\alpha) L_2 \end{cases} \Rightarrow Q = \alpha L_1 + (1-\alpha) L_2 + \alpha K_2 + (1-\alpha) K_1$

Распределяя труд между L_1 и L_2 мы должны сравнить коэффициенты перед переменными (т.к. они линейны)

$\alpha \vee (1-\alpha) \Rightarrow \alpha \vee \frac{1}{2}$

$\alpha \leq \frac{1}{2}$: $\begin{matrix} L_2 = L, & K_1 = K \\ L_1 = 0, & K_2 = 0 \end{matrix} \Rightarrow Q = (1-\alpha)(L+K)$

$\alpha \geq \frac{1}{2}$ Хотим $L_1 = L$, $K_1 = 0$ -> выбивается ограничение

$K_2 = K$, $L_2 = 0$

Тогда берем по ограничению: $L_1 \leq K_1$, $L_2 \geq K_2$.

Поскольку мы используем положительное кол-во факторов пр-ва хотя бы на одной производственной функции, то заметим, что нам выгоднее использовать ту пр. функцию, которая приносит дополнительные Q за тот фактор которого больше: $K \geq L$: $Q = \alpha \min(K; L) + (1-\alpha) K$

$K \leq L$: $Q = \alpha \min(K; L) + (1-\alpha) L$, получаем, что

$$Q = \begin{cases} (1-\alpha)(K+L); & \alpha \leq \frac{1}{2} \\ \alpha \min(K; L) + (1-\alpha)\max(K; L); & \alpha \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Задача 5

$$\pi_3 = P \cdot Q - TC = (20 - q_1 - q_2 - q_3) \cdot q_3 - 7q_3 = (13 - q_1 - q_2) \cdot q_3 - q_3^2$$

$$q_3^* = \frac{13 - q_1 - q_2}{2}\textbf{(2 балла)}$$

Аналогично:

$$q_2^* = \frac{17 - q_1 - q_3}{2}\textbf{(2 балла)}$$

$$q_2^* = \frac{17 - q_1 - \frac{13 - q_1 - q_2}{2}}{2}$$

$$q_2^* = 7 - \frac{1}{3}q_1; q_1 \leq 21\textbf{(2 балла)}$$

$$q_3^* = 3 - \frac{1}{3}q_1; q_1 \leq 9\textbf{(2 балла)}$$

$$\pi_1 = (20 - q_1 - q_2 - q_3) \cdot q_1 - 5q_1 = (20 - q_1 - (7 - \frac{1}{3}q_1) - (3 - \frac{1}{3}q_1)) \cdot q_1 - 5q_1 = 5q_1 - \frac{1}{3}q_1^2$$

$$q_1^* = 7.5\textbf{(2 балла)}; q_2^* = 4.5\textbf{(2 балла)}; q_3^* = 0.5\textbf{(2 балла)}$$

Заметим, что вытеснить вторую фирму первая фирма не сможет, так как тогда у неё $q_1 > Q_{max} = 20$**(2 балла)**. А значит, что вытеснить можно только третью фирму. Если вытеснили третью фирму($q_1 > 9$), тогда:

$$q_2^* = \frac{17 - q_1}{2}$$

$$\pi_1 = (20 - q_1 - (\frac{17 - q_1}{2})) \cdot q_1 - 5q_1 = 6.5q_1 - 0.5q_1^2$$

$$q_1^* = 6.5 < 9$$

Но для вытеснения третьей фирмы q_1 должно быть меньше 9 противоречие.**(4 балла)**